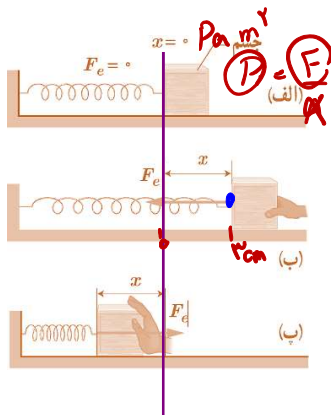


یک فنر دوست دارد در حال تعادل باشد و اگر آن را بکشیم یا فشرده کنیم، نیرویی به سمت نقطه‌ی تعادل وارد می‌کند که با F_e نشان داده می‌شود و مقدار آن از رابطه‌ی $F_e = k \cdot \Delta x$ به دست می‌آید. (قانون هوک)



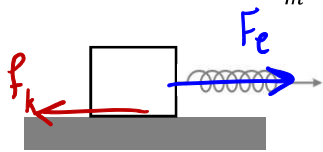
$$k = \frac{F}{\Delta x} \quad \text{و} \quad F = k \cdot \Delta x$$

$$F = m \cdot a \quad \text{و} \quad k = \frac{F}{\Delta x}$$

نکات:

- 1- k یا ثابت فنر یک کمیت فرعی و نرده‌ای است و یکای آن $\frac{N}{m}$ یا $\frac{kg}{s^2}$ یا $\frac{Pa \cdot m}{m}$ است.
- 2- ثابت فنر به شکل و اندازه‌ی فنر و جنس آن بستگی دارد و از حدود $10^4 \frac{N}{m}$ (برای فنرهای انعطاف‌پذیر) تا حدود $10^{10} \frac{N}{m}$ (برای فنرهای سخت) است.
- 3- اگر در یک نمودار، محور عمودی F و محور افقی x باشد، شیب نمودار برابر k می‌شود.
- 4- برای کشیدگی و فشردگی فنر باید از دو طرف به آن نیرو وارد کرد.

تمرین ۱۶: جسمی به جرم 7 kg بر روی سطحی با $\mu_k = 0.2$ با شتاب $1 \frac{m}{s^2}$ به سمت راست کشیده می‌شود. اگر $k = 100 \frac{N}{m}$ باشد:



$$mg$$

$$m(g+a)$$

$$F_{net} = m \cdot a$$

$$21 \text{ cm}$$

$$F_e - f_k = m \cdot a$$

$$100 \Delta x - 14 = 7$$

$$100 \Delta x - 14 = 7 \Rightarrow 100 \Delta x = 21 \Rightarrow \Delta x = 0.21 \text{ m}$$

$$100 \Delta x - 14 = 7 \Rightarrow 100 \Delta x = 21 \Rightarrow \Delta x = 0.21 \text{ m}$$

$$100 \Delta x - 14 = 7 \Rightarrow 100 \Delta x = 21 \Rightarrow \Delta x = 0.21 \text{ m}$$

$$100 \Delta x - 14 = 7 \Rightarrow 100 \Delta x = 21 \Rightarrow \Delta x = 0.21 \text{ m}$$

$$100 \Delta x - 14 = 7 \Rightarrow 100 \Delta x = 21 \Rightarrow \Delta x = 0.21 \text{ m}$$

$$100 \Delta x - 14 = 7 \Rightarrow 100 \Delta x = 21 \Rightarrow \Delta x = 0.21 \text{ m}$$

$$100 \Delta x - 14 = 7 \Rightarrow 100 \Delta x = 21 \Rightarrow \Delta x = 0.21 \text{ m}$$

$$100 \Delta x - 14 = 7 \Rightarrow 100 \Delta x = 21 \Rightarrow \Delta x = 0.21 \text{ m}$$

$$100 \Delta x - 14 = 7 \Rightarrow 100 \Delta x = 21 \Rightarrow \Delta x = 0.21 \text{ m}$$

$$100 \Delta x - 14 = 7 \Rightarrow 100 \Delta x = 21 \Rightarrow \Delta x = 0.21 \text{ m}$$

$$100 \Delta x - 14 = 7 \Rightarrow 100 \Delta x = 21 \Rightarrow \Delta x = 0.21 \text{ m}$$

$$100 \Delta x - 14 = 7 \Rightarrow 100 \Delta x = 21 \Rightarrow \Delta x = 0.21 \text{ m}$$

$$100 \Delta x - 14 = 7 \Rightarrow 100 \Delta x = 21 \Rightarrow \Delta x = 0.21 \text{ m}$$

$$100 \Delta x - 14 = 7 \Rightarrow 100 \Delta x = 21 \Rightarrow \Delta x = 0.21 \text{ m}$$

$$100 \Delta x - 14 = 7 \Rightarrow 100 \Delta x = 21 \Rightarrow \Delta x = 0.21 \text{ m}$$

$$100 \Delta x - 14 = 7 \Rightarrow 100 \Delta x = 21 \Rightarrow \Delta x = 0.21 \text{ m}$$

$$100 \Delta x - 14 = 7 \Rightarrow 100 \Delta x = 21 \Rightarrow \Delta x = 0.21 \text{ m}$$

$$100 \Delta x - 14 = 7 \Rightarrow 100 \Delta x = 21 \Rightarrow \Delta x = 0.21 \text{ m}$$

$$100 \Delta x - 14 = 7 \Rightarrow 100 \Delta x = 21 \Rightarrow \Delta x = 0.21 \text{ m}$$

$$100 \Delta x - 14 = 7 \Rightarrow 100 \Delta x = 21 \Rightarrow \Delta x = 0.21 \text{ m}$$

$$100 \Delta x - 14 = 7 \Rightarrow 100 \Delta x = 21 \Rightarrow \Delta x = 0.21 \text{ m}$$

$$100 \Delta x - 14 = 7 \Rightarrow 100 \Delta x = 21 \Rightarrow \Delta x = 0.21 \text{ m}$$

$$100 \Delta x - 14 = 7 \Rightarrow 100 \Delta x = 21 \Rightarrow \Delta x = 0.21 \text{ m}$$

$$100 \Delta x - 14 = 7 \Rightarrow 100 \Delta x = 21 \Rightarrow \Delta x = 0.21 \text{ m}$$

$$100 \Delta x - 14 = 7 \Rightarrow 100 \Delta x = 21 \Rightarrow \Delta x = 0.21 \text{ m}$$

(پ) اگر این جسم در آسانسوری باشد که با شتاب $5 \frac{m}{s^2}$ به سمت پایین حرکت می‌کند، با اطلاعات صورت تمرین افزایش طول فنر چند cm می‌شود؟

$$100 \Delta x - m(g+a)\mu_k = m \cdot a \Rightarrow 100 \Delta x - 21 = 7$$

$$100 \Delta x - 21 = 7$$

$$100 \Delta x - 21 = 7$$

$$100 \Delta x - 21 = 7$$

$$100 \Delta x - 21 = 7$$

$$100 \Delta x - 21 = 7$$

$$100 \Delta x - 21 = 7$$

$$100 \Delta x - 21 = 7$$

$$100 \Delta x - 21 = 7$$

$$100 \Delta x - 21 = 7$$

$$100 \Delta x - 21 = 7$$

$$100 \Delta x - 21 = 7$$

$$100 \Delta x - 21 = 7$$

$$100 \Delta x - 21 = 7$$

$$100 \Delta x - 21 = 7$$

$$100 \Delta x - 21 = 7$$

$$100 \Delta x - 21 = 7$$

$$100 \Delta x - 21 = 7$$

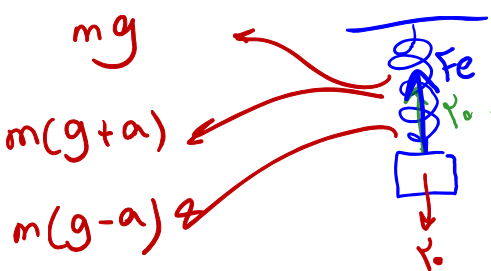
$$100 \Delta x - 21 = 7$$

$$100 \Delta x - 21 = 7$$

$$100 \Delta x - 21 = 7$$

$$100 \Delta x - 21 = 7$$

تمرین ۱۷: جسمی به جرم 2 kg را به انتهای فنری با طول 20 cm که ثابت آن $8 \frac{N}{cm}$ است، می‌بندیم و فنر را از سقف آسانسور آویزان می‌کنیم.



$$Fe - mg = m \cdot a$$

$$Fe = m(g+a)$$

$$2 \times (10 - 2)$$

$$14 = k \cdot \Delta x$$

$$14 = k \cdot \Delta x$$

$$14 = k \cdot \Delta x$$

$$14 = k \cdot \Delta x$$

$$14 = k \cdot \Delta x$$

$$14 = k \cdot \Delta x$$

$$14 = k \cdot \Delta x$$

$$14 = k \cdot \Delta x$$

$$14 = k \cdot \Delta x$$

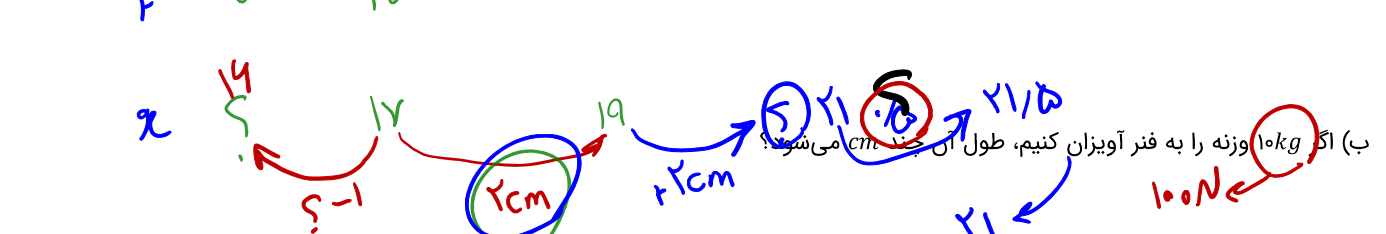
$$14 = k \cdot \Delta x$$

$$14 = k \cdot \Delta x$$

$$14 = k \cdot \Delta x$$

تمرین ۱۸: وقتی وزنه‌ای به جرم 2 kg را از یک فنر آویزان می‌کنیم، طول فنر به 17 cm می‌رسد و وقتی وزنه‌ای به جرم 6 kg را آویزان می‌کنیم، طول آن به 19 cm می‌رسد:

(الف) طول اولیه‌ی فنر چند سانتی‌متر است؟



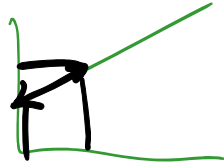
(ب) اگر 10 kg وزنه را به فنر آویزان کنیم، طول آن چند cm می‌شود؟

۲۲۳

(پ) ثابت فنر چند $\frac{N}{m}$ است؟

$$F = k \cdot \Delta x$$

نکته: در رابطه $A = BC$ ، اگر B ثابت باشد، بین A و C رابطه‌ی خطی وجود دارد. پس در یک فنر بین نیرو و طول فنر رابطه‌ی خطی وجود دارد. (قانون فنر)

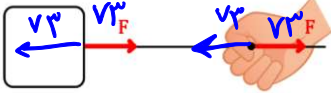


$$F = k \cdot \Delta x$$

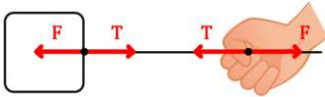
ثابت

نیروی کشش طناب:

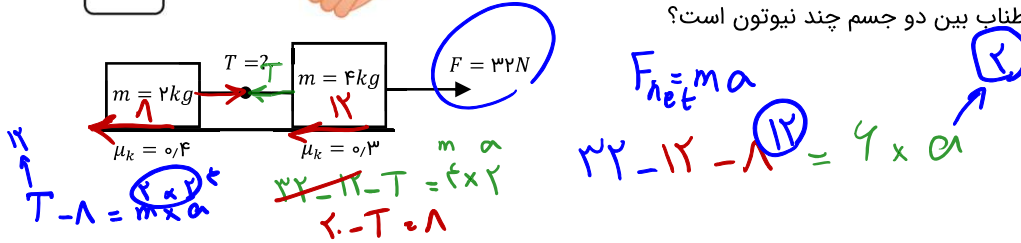
وقتی طنابی را به جسمی می‌بندیم و آنگاه طناب را با نیروی F می‌کشیم، این نیرو در طول طناب منتقل می‌شود و جسم را با نیروی F به سمت جلو می‌کشد.



به نیرویی که از سمت طناب به اجسام وارد می‌شود، نیروی کشش طناب می‌گوییم و با T نشان می‌دهیم، و جهت آن همواره به سمت مرکز طناب است. پس شکل فوق را تکمیل می‌کنیم:



تعرین ۱۹: در شکل مقابل، نیروی کشش طناب بین دو جسم چند نیوتون است؟



درسنامه تگانه

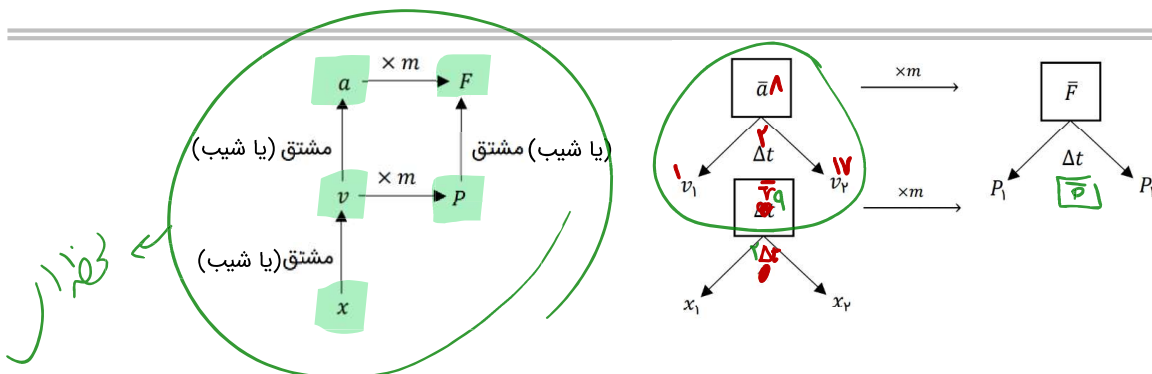
حاصل ضرب جرم در سرعت را تگانه می‌گوییم و با P نشان می‌دهیم: $P = m \cdot v$

نکته: تگانه یک کمیت فرعی و برداری است و یکای آن $\frac{kg \cdot m}{s}$ یا $N \cdot s$ است.

$$kg \cdot \frac{m}{s}$$

تیپ بندی سوالات تگانه

تیپ ۱: جایگذاری



روابط بالا شما را از شر حفظ کردن روابط متعدد خلاص می‌کنند. هم m و هم v در فرمول انرژی جنبشی وجود دارند و می‌شود با دو رابطه‌ی زیر K را طبق P تعریف کرد:

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

$$K = \frac{1}{2} P \cdot \frac{P}{m}$$

$$K = \frac{1}{2} \frac{P^2}{m}$$

$$K = \frac{P \cdot v}{2} = \frac{P^2}{2m}$$

نکته: دو رابطه‌ی فوق را حفظ نکنید، کافایت بدانید $K = \frac{1}{2} m v^2$ و $P = m \cdot v$ تا تمامی سوالات را پاسخ دهید.

تیم یک رقی‌های کنکور

تعرین ۲۰: معادله‌ی تکانه‌ی جسمی به جرم ۲ کیلوگرم به صورت $P = t^2 - 4t + 3$ می‌باشد:

(الف) نوع حرکت جسم (تند یا کندشونده) را از $t = 0$ s تا $t = 3$ s مشخص کنید.

۰ ← ۱ کند شونده
۲ ← ۲ کند شونده
۳ ← ۳ کند شونده

(ب) سرعت جسم در لحظه‌ی $t = 3$ s چند $\frac{m}{s}$ است؟

$$P = m \cdot v$$

$$-1 = 2 \times v$$

(پ) در چه لحظه‌ای نیروهای وارد بر جسم متوازن است؟

سر صا

(ت) در لحظه‌ی $t = 5$ s شتاب جسم چند $\frac{m}{s^2}$ است؟

تعرین ۲۱: اگر $x = 4t^2 - 6t - 13$ معادله‌ی مکان - زمان متحرکی به جرم ۵ kg باشد:

(الف) تکانه‌ی آن در $t = 2$ چند $\frac{kg \cdot m}{s}$ است؟

$$4 \cdot (2) - 6 \cdot 2 = 5$$

(ب) تکانه متوسط آن در دو ثانیه دوم چند $\frac{kg \cdot m}{s}$ است؟

$$t = 2 \leftarrow t = 4$$

$$t = 2 \quad t = 4$$

$$90 \quad 13$$

(پ) برای ایند نیروهای وارد بر این جسم چند نیوتون است؟

$$4 \cdot (3) - 6 \cdot 3 = 90$$

$$x = 4t^2 - 6t - 13$$

$$F = 40 \text{ N}$$

$$m, P, K$$

تعرین ۲۲: اگر انرژی جنبشی جسمی به حجم 5000 cm^3 و چگالی $4000 \frac{kg}{m^3}$ برابر ۱۶ J باشد، تکانه آن چند $\frac{kg \cdot m}{s}$ است؟

$$K = \frac{P^2}{2m} \Rightarrow 14 = \frac{P^2}{4} \Rightarrow P^2 = 74 \Rightarrow P = 1 \quad P = \frac{m}{V} \Rightarrow 4000 = \frac{m}{5 \times 10^{-4}} \Rightarrow m = 2 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^3 = 10$$

تیپ ۲: چند برابری

در مسائل چند برابری می‌توان P را مساوی mv و K را مساوی mv^2 دانست.

تعرین ۲۳: دو جسم A و B برابر است، اگر:

(الف) جرم A ۲۵٪ بیشتر از جرم B باشد، انرژی جنبشی A چند درصد با B تفاوت دارد؟

$$1 \leftarrow 1.25$$

$$1 \leftarrow 1.56$$

$$5 \leftarrow 7.5$$

(ب) سرعت A ۳ برابر سرعت B باشد، انرژی جنبشی A چند برابر B است؟

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

$$P = m v$$

$$P = m v$$

$$K = mv \times v \rightarrow 2$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

(پ) انرژی جنبشی A، برابر B باشد، جرم A چند برابر B است؟

$$K = \frac{P^2}{m}$$

$$P = mv$$

تعرین ۲۴: اگر ثابت ماندن جرم انرژی جنبشی یک جسم ۹۹ درصد کاهش یابد، تکانه آن چگونه تغییر می‌کند؟

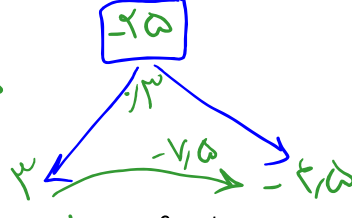
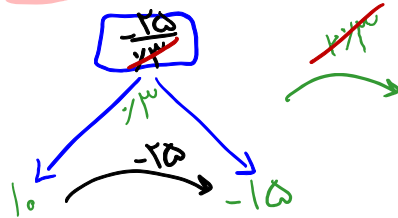
$$K \propto v^2$$

$$P \propto v$$

تکانه ۱۰ برابر می‌شود.

تیپ ۳: دلتا ۹۰٪ / ۶۵٪

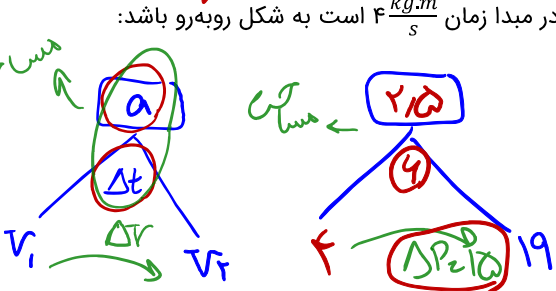
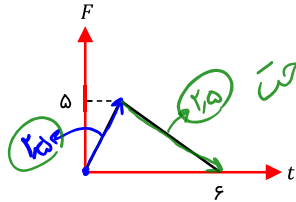
تعرین ۲۵: یک توپ بیسبال به جرم ۳۰۰g با سرعت $10 \frac{m}{s}$ به سمت یک بازیکن پرتاب می‌شود و پس از برخورد با چوب بیسبال با سرعت $15 \frac{m}{s}$ برمی‌گردد:



$$\Delta p = 0.3 \times (15 - (-10)) = 7.5 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

(ب) اگر زمان تماس چوب و توپ ۳/۱۰۰ باشد، نیروی چوب چند نیوتون بوده است؟

مساحت زیر نمودار - محوری افقی



تعرین ۲۶: اگر نمودار نیرو - زمان متحرکی که تکانه آن در مبدا زمان $4 \frac{kg\cdot m}{s}$ است به شکل روبه‌رو باشد:

(الف) تکانه‌ی جسم در لحظه‌ی $t = 6s$ چقدر است؟

(ب) نیروی خالص متوسط وارد بر جسم چند نیوتن است؟

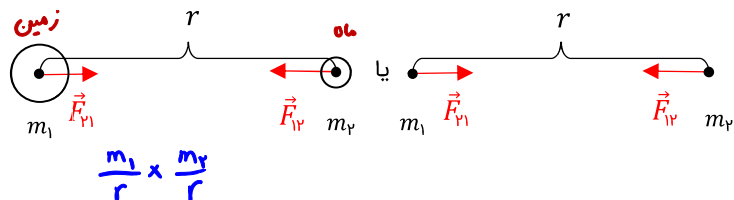
سرعت به سمت صفر

نکته: شیب نمودار تکانه - زمان همان نیرو است و هرگاه تکانه به سمت صفر برود نوع حرکت کندشونده است.

نکته: چون $\Delta P = F \cdot t$ است، مساحت زیر نمودار نیرو - زمان برابر تغییرات تکانه است.

درسمانه نیروی گرانش

$$F = G \times \frac{m_1}{r} \times \frac{m_2}{r} = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$



نکات:

- ۱- دو نیروی $\vec{F}_{12}$ و $\vec{F}_{21}$ کنش و واکنش هستند، یعنی هم جنس، هم اندازه و هم راستا هستند اما در دو سوی مخالف: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ و $F_{12} = F_{21}$
- ۲- در مورد اجسام غیر نقطه‌ای مانند سیارات، ما با مدل‌سازی مرکز سیاره را یک نقطه فرض می‌کنیم و نیروی وارد بر آن‌ها را به مرکز سیاره وارد می‌کنیم و همینطور فاصله‌ها را از مرکز سیاره محاسبه می‌کنیم.
- ۳- نمونه‌هایی از اثر نیروی گرانش در کتاب درسی: (الف) سقوط شیب به طرف زمین (ب) شارش آب به طرف زمین (پ) چرخش ماه به دور زمین (به علت جاذبه بین زمین و ماه) (ت) چرخش زمین و سیاره دیگر به دور خورشید (به دلیل جاذبه خورشید به هر یک از سیارات)

۴- اگر نیروی زمین به ماه نبود، ماه به جای مدار تقریباً دایره‌ای به گرد زمین، باید روی خط راست حرکت می‌کرد.

۵- **قانون گرانش عمومی نیوتن:** نیروی گرانش میان دو ذره با حاصل ضرب جرم دو ذره نسبت مستقیم و با مربع فاصله آن‌ها از یکدیگر نسبت وارون دارد: $F \propto \frac{m_1 m_2}{r^2}$

۶- G یا ثابت گرانش عمومی را اولین بار هنری کاوندیش محاسبه کرد. این کمیت فرعی و نرده‌ای است و مقدار آن (لازم نیست حفظ کنید) 6.67×10^{-11} است و یکاهای آن مطابق زیر است:

$\frac{N \cdot m^2}{kg^2}$ یا $\frac{J \cdot m}{kg^2}$ یا $\frac{m^3}{s^2 \cdot kg}$

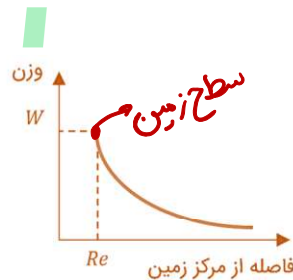
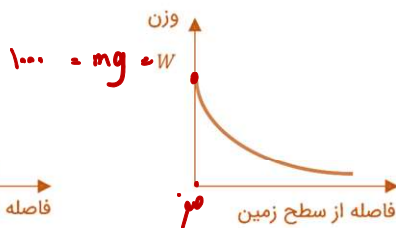
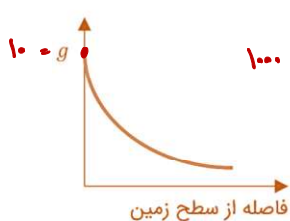
$\frac{J}{m \cdot kg^2}$ یا $\frac{m^3}{s^2 \cdot kg}$

$\frac{Pa \cdot m}{kg^2}$

$\frac{W}{m \cdot kg^2}$

وزن یک جسم بر روی کره زمین از رابطه‌ی $W = G \frac{M m}{R^2}$ محاسبه می‌شود که چون قبلاً آموختیم $W = m \cdot g$ می‌توان گفت $g = G \frac{M}{R^2}$

یعنی: $F = G \frac{M m}{R^2}$ یا شتاب گرانشی



تایپ‌بندی سوالات گرانش

تایپ ۱: جایگذاری

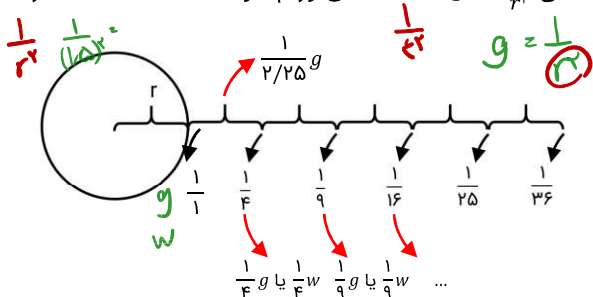
تعیین ۲۷: دو سیاره A و B با جرم‌های $3 \times 10^{25} kg$ و $10^{28} kg$ که فاصله آن‌ها از هم $10^7 km$ است، بزرگی نیروی گرانش بین این دو سیاره

به تقریب چند نیوتون است؟ ($G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$)

$F = \frac{G M m}{r^2} = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 3 \times 10^{25} \times 10^{28}}{(10^7)^2} = 2 \times 10^{23}$

تایپ ۲: چند برابری

چند برابر شدن نیروی گرانش را با $F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ و چند برابر شدن شتاب گرانش را با $g = \frac{m_1}{r^2}$ به دست می‌آوریم. توجه کنید که r فاصله از مرکز زمین است.



تعیین ۲۸: در فاصله‌ی $2Re$ از سطح زمین شتاب گرانشی چند g است؟

$g = \frac{1}{r^2}$

$g = \frac{1}{(2Re)^2} = \frac{1}{4Re^2} = \frac{1}{4} g$

$4Re = 4(6400 km) = 25600 km$

تعیین ۲۹: وزن یک جسم در چه فاصله‌ای از سطح زمین ۹۶ درصد از وزن در سطح زمین کمتر است؟ ($Re = 6400 km$)

$\frac{1}{r^2} = \frac{1}{25} \Rightarrow r = 5$

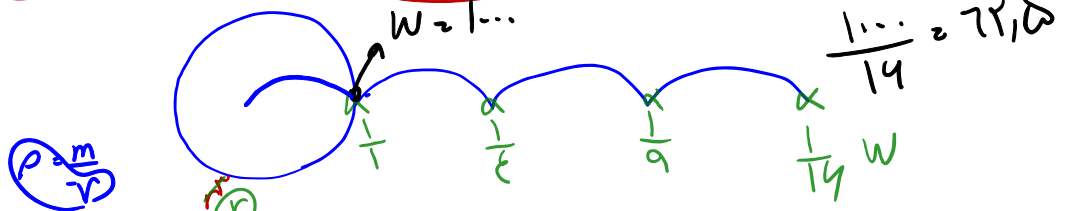
$W \sim \frac{1}{r^2}$

$\frac{1}{100} W = \frac{1}{25} W$

$\frac{1}{100} = \frac{1}{25} \Rightarrow r = 5$

تعرین ۳۰: وزن یک جسم ۱۰۰ کیلوگرمی در فاصله ۱۹۲۰۰ کیلومتری سطح زمین، چند نیوتون است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2}, R_e = 6400 km)$

$$\frac{19200}{6400} = \frac{192}{64} = \frac{3}{1}$$



نکته: اگر در مساله‌ای سخن از چگالی گفته باشد، در خاطر داشته باشید:

$$F = \frac{\rho \cdot r^3}{r^2} \Rightarrow F \propto \frac{\rho \cdot r^3}{r^2} \Rightarrow F \propto \rho \cdot r$$

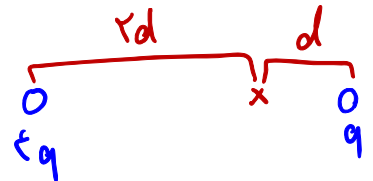
$$g = \rho \cdot r$$

$$F = \rho \cdot r$$

تعرین ۳۱: اگر چگالی سیاره‌ای ۳ برابر و حجم آن ۸ برابر زمین باشد، شتاب گرانشی در سطح آن سیاره چند برابر g است؟

$$g = \frac{G \cdot M}{r^2} = \frac{G \cdot \rho \cdot r^3}{r^2} = G \cdot \rho \cdot r$$

$$\frac{M}{r^2} = \frac{3M}{8r^2} = \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{3}{8} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4$$

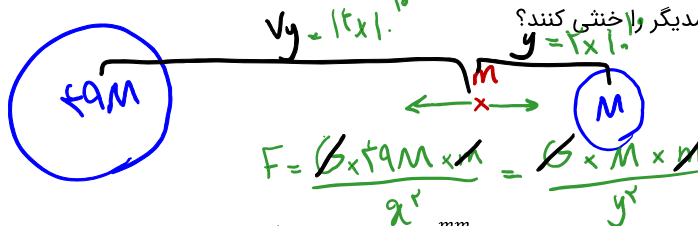


نکته: اگر جرم سیاره‌ای A ، n برابر سیاره B باشد، در نقطه‌ای میان دو سیاره که فاصله‌ی آن تا سیاره A ، $\sqrt{n}$ برابر فاصله‌ی آن تا سیاره B باشد، نیروهای گرانش دو سیاره یکدیگر را خنثی می‌کنند.

تعرین ۳۲: اگر جرم سیاره‌ی A ۴۹ برابر جرم سیاره‌ی B باشد و فاصله‌ی دو سیاره 16×10^{10} باشد، سفینه‌ای در چه فاصله‌ای از سیاره A قرار گیرد تا نیروهای گرانش A و B بر سفینه همدیگر را خنثی کنند؟

$$1y = 14 \times 10^{10}$$

$$y = 2 \times 10^{10}$$



$$x = 49y^2$$

$$x = 7y$$

نکته: اگر دو جسم با جرم برابر داشته باشیم، نیرو برابر $F = G \frac{mm}{r^2}$ است و اگر x واحد از یکی برداشته شود و روی دیگری قرار دهیم، نیرو $F = G \frac{(m+x)(m-x)}{m^2}$ برابر می‌شود. پس نیرو $\frac{m^2 - x^2}{m^2}$ برابر می‌شود. اگر می‌خواهید از این محاسبات خلاص شوید، گزینه‌ها را جایگذاری کنید.

$$F = 1 - x^2$$

تعرین ۳۳: دو جسم به جرم m در فاصله‌ی r به یکدیگر نیروی گرانشی به بزرگی F وارد می‌کنند. چند درصد از جرم یکی را برداشته و به دیگری اضافه کنیم تا در همان فاصله‌ی قبلی، بزرگی نیروی گرانشی بین آن‌ها ۴ درصد کاهش یابد؟

$$1 \times 2 = 2$$

$$\frac{1}{18} \times 2,2 = 1,74$$

$$F = \frac{1}{m} \times \frac{1}{m} = \frac{1}{m^2}$$

$$\frac{1}{9} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{18} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{36}$$

تیپ ۳: تجميع جرم

همانطور که در فصل الکتریسیته ساکن، بارها را با رابطه‌ی $q = r^2$ تجميع می‌زدیم، در این فصل نیز اجرام را با رابطه‌ی $m = r^2$ تجميع می‌زنیم.

تعرین ۳۴: اگر جرم ماه $\frac{1}{100}$ جرم زمین باشد و جاذبه‌ی زمین بر روی سفینه‌ای که در وسط فاصله‌ی زمین و ماه قرار دارد F باشد، نیروی گرانشی خالصی که از طرف زمین و ماه به سفینه وارد می‌شود چند F است؟

$$F = \frac{1}{100} F = \frac{99}{100} F$$

