

حرکت بر خط راست

@jetnews1401

درباره این فصل

این فصل دارای ۸ صفحه درسنامه (۸۰ پرسش تمرینی مشابه کنکور) و ۹۷ تست جت و ۵۳ تست جت پلاس (مجموعاً ۱۵۰ تست) است.

در این فصل مطابق عناوین کتاب درسی ابتدا مسافت و جابه‌جایی و سپس سرعت و تندی را می‌آموزید. در ادامه شتاب و حرکت شتابدار را یاد می‌گیرید که آموزش حرکت شتابدار را کاملاً متفاوت با آموزش‌های فرمولی سایر منابع و با روش سرعتی و مفهومی هرم به شما یاد می‌دهم.

روش هرم را قرار نیست حفظ کنید بلکه کاملاً مفهومی آن را می‌آموزید و فرمول‌های کتاب را هم با این روش برای شما اثبات می‌کنم تا اگر دانش‌آموز دوازدهمی هستید، نگران امتحان نهایی نباشید.

تعداد تست این فصل در کنکور: ۴ تست

تعداد جلسات جت: ۲ جلسه

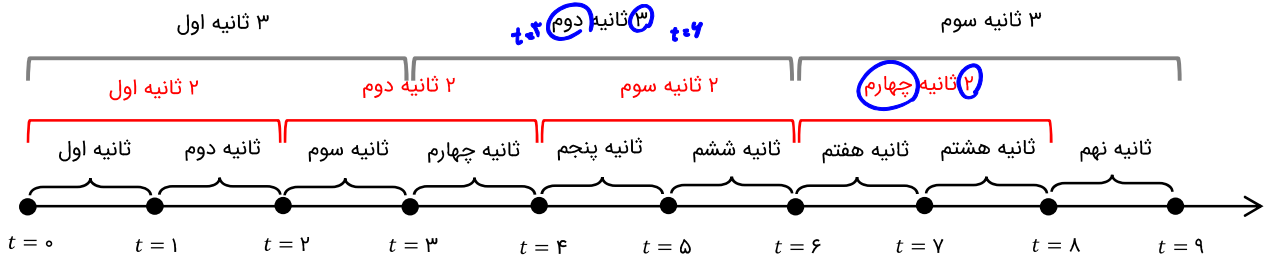
پیش‌بینی کنکور: پیش‌بینی می‌کنم ۲ تست از حرکت شتابدار، یک تست از سرعت و تندی و یک تست از مفهوم شتاب در کنکور مطرح شود.

درسمانه حرکت بر خط راست

مفاهیم اولیه و جابه‌جایی و مسافت

۳ ثانیه بیستم $t = 0 \rightarrow t = 0.03$

زمان: زمان می‌تواند لحظه‌ای (t) باشد یا بازه‌ای (Δt). بازه‌های زمانی را به صورت زیر یاد بگیرید.



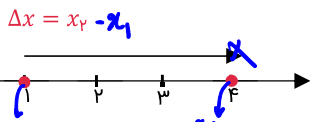
نکته: m ثانیه‌ای n به $m \times n$ ختم می‌شود و شروع آن m ثانیه قبل است. یعنی $(m, n - m$ و $m, n)$

مبدأ مکان: $x = 0$ را مبدأ مکان می‌گوییم و مکان جسم را همواره نسبت به آن می‌سنجیم.

مبدأ حرکت: مکان اولیه‌ی جسم (در لحظه‌ی $t = 0$) را مبدأ حرکت می‌گوییم که ممکن است همان مبدأ مکان باشد یا نباشد.

بردار مکان: بردار مکان برداری است که مبدأ مکان ($x = 0$) را به مکان جسم متصل می‌کند و مقدار آن با مکان برابر است.

بردار جابه‌جایی (Δx یا $\vec{d}$): کوتاه‌ترین فاصله میان مکان اولیه و مکان نهایی $\Delta x = x_2 - x_1$



$$\Delta x = 11 - 7 = 4$$



(۱) اگر مسیر انحناء داشته باشد، مسافت از جابه‌جایی بیشتر می‌شود.

مسافت (l): طول مسیر پیموده شده توسط متحرک (۲) اگر مسیر رفت و برگشت داشته باشد، مسافت از جابه‌جایی بیشتر می‌شود.

ویژگی / کمیت	اصلی	فرعی	نرده‌ای	بررداری	مسیر	مقصد	مثبت	منفی
جابه‌جایی		✓		✓		✓	✓	✓
مسافت		✓	✓		✓		✓	

متحرک فقط به سمت راست (بالا) حرکت می‌کند $\Rightarrow$ مسافت = جابه‌جایی

متحرک فقط به سمت چپ (پایین) حرکت می‌کند $\Rightarrow$ مسافت = - جابه‌جایی

متحرک جهت حرکت را تغییر می‌دهد $\Rightarrow$ مسافت $>$ |جابه‌جایی|

در حرکت یک بعدی ۳ حالت داریم

تعریف ۱: متحرکی از مکان $x = -3$ به مکان $x = +5$ می‌رود، سپس برمی‌گردد و در مکان $x = -1$ متوقف می‌شود، جابه‌جایی و حداقل مسافت پیموده شده توسط این متحرک چند متر است؟

$$\Delta x = +2$$

$$l = 8 + 4 = 12$$



تعریف ۲: متحرکی a متر به سمت راست حرکت می‌کند و سپس b متر به سمت چپ برمی‌گردد، اگر مسافت پیموده شده ۲ برابر جابه‌جایی باشد، کدام است $\left| \frac{a}{b} \right|$ ؟

$$\frac{l}{\Delta x} = 2 = \frac{a+b}{a-b} = 2$$

$$a+b = 2a-2b$$

$$3b = a \quad \frac{a}{b} = 3$$

$$a = 3$$

$$b = 1$$

$$l = 4$$

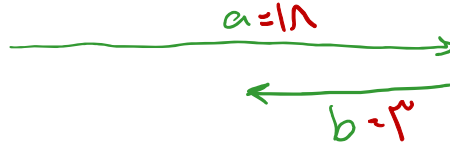
$$\Delta x = 2$$

تیم یک رقیب های کنکور

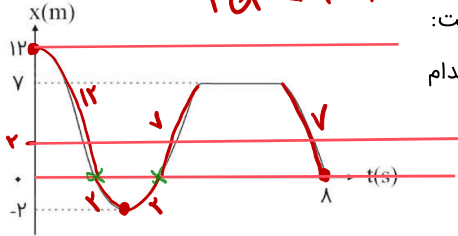
تعرین ۳: متحرکی در طول مسیرش یک بار تغییر جهت داده است و جابه جایی و مسافت طی شده آن به ترتیب ۱۵ و ۲۱ متر است. این متحرک چند متر در جهت x و چند متر در خلاف جهت x حرکت کرده است؟

$$\Delta x = a - b = 15$$

$$l = a + b = 21$$



$$2a = 36 \Rightarrow a = 18$$



تعرین ۴: نمودار مکان - زمان متحرکی که در مسیری مستقیم حرکت می کند، مطابق شکل است:

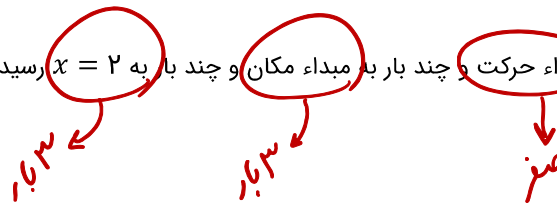
الف) نسبت اندازه‌ی جابه جایی متحرک به مسافت طی شده توسط آن در بازه‌ی زمانی صفر تا ۸s کدام است؟

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 0 - 12 = -12 \rightarrow |\Delta x| = 12$$

$$l = 30$$

$$\frac{12}{30} = 0.4$$

ب) متحرک بعد از $t = 0$ چند بار به مبدا حرکت و چند بار به مبدا مکان و چند بار به $x = 2$ رسیده است؟



سرعت و تندى متوسط

سرعت متوسط مقدار: از فرمول $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ به دست می آید و نشان می دهد جسم در هر ثانیه چند متر جابه جا می شود.

جهت: علامت $\bar{v}$ و Δx همواره یکسان است، پس علامت $\bar{v}$ جهت جابه جایی را نشان می دهد.

تندى متوسط مقدار: از فرمول $\bar{s} = \frac{l}{\Delta t}$ به دست می آید و نشان می دهد جسم در هر ثانیه چه مسافتی را طی می کند.

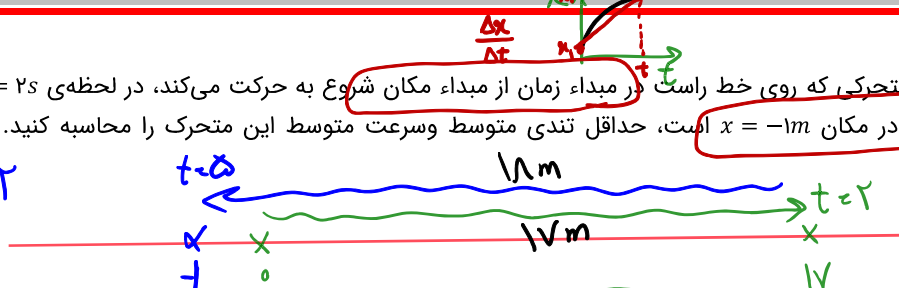
نکات:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} \leq \frac{l}{\Delta t}$$

- سرعت یک کمیت فرعی و برداری است اما تندى فرعی و نرده ای است و جهت ندارد.
- سرعت مانند جابه جایی مثبت یا منفی می باشد، اما تندى مانند مسافت همواره مثبت است.
- همانطور که مسافت $\leq$ جابه جایی است، می توان گفت تندى $\leq$ سرعت است.
- نسبت تندى متوسط همان نسبت مسافت متوسط به سرعت متوسط است.
- شیب خط واصل در نمودار مکان - زمان سرعت متوسط و شیب خط واصل در نمودار مسافت - زمان (شایع نیست) تندى متوسط است.

تعرین ۵: متحرکی که روی خط راست در مبدا زمان از مبدا مکان شروع به حرکت می کند، در لحظه‌ی $t = 2s$ در مکان $x = 17m$ است و در لحظه‌ی $t = 5s$ در مکان $x = -1m$ است، حداقل تندى متوسط و سرعت متوسط این متحرک را محاسبه کنید. (متحرک فقط یکبار تغییر جهت می دهد)

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-1}{5} = -0.2$$



$$\bar{s} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{18}{5} = 3.6$$



تعرین ۶: متحرکی از مکان $x = 3$ با سرعت منفی شروع به حرکت می کند و در نهایت به $x = 17$ می رسد. الف) تندى متوسط و سرعت متوسط را مقایسه کنید.

$$\Delta x < l \Rightarrow \text{سرعت متوسط} < \text{تندى متوسط}$$

ب) اگر متحرک فقط یکبار تغییر جهت داده باشد و تندى متوسط ۵ برابر سرعت متوسط باشد، بیشترین فاصله متحرک از مبدا مکان و مبدا حرکت چند متر است؟

$$\frac{l}{\Delta t} = 5 \Rightarrow \frac{l}{\Delta x} = 5$$

$$2a + 12 = 5$$

$$2a + 12 = 17$$

$$2a = 5 \Rightarrow a = 2.5$$

تعریف ۷: معادله مکان - زمان جسمی که بر روی خط راست حرکت می کند $x = t^2 - 4t + 1$ است:

الف) سرعت متوسط و تندی متوسط را از $t = 1s$ تا $t = 5s$ محاسبه کنید.

$$v = 2t - 4$$

$$x_5 = 25 - 20 + 1 = 6$$

$$x_1 = 1 - 4 + 1 = -2$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6 - (-2)}{5 - 1} = \frac{8}{4} = 2$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6 - (-2)}{5 - 1} = \frac{8}{4} = 2$$

ب) در چه بازه های زمانی رابطه $\bar{v} = -5$ برقرار است؟

$$t = 2 \text{ تا } t = 0$$

$$\Delta x = -8 \rightarrow \text{حرکت به پس}$$

ب) در چه بازه های زمانی رابطه $\bar{v} = 5$ برقرار است؟

$$t = 2 \text{ تا } t = 6$$

ت) سرعت متوسط در بازه زمانی $t = 3s$ تا $t = 5s$ بیشتر است یا در بازه زمانی $t = 6s$ تا $t = 9s$ ؟

هر چه از لحاظ توقف $t = 2$ دور تر شویم $\leftarrow$ تندی و سرعت بیشتر

تعریف ۸: در شکل روبه رو نمودار مکان - زمان چهار متحرک A، B، C و D رسم شده است:

الف) سرعت متوسط این متحرک ها را مقایسه کنید.

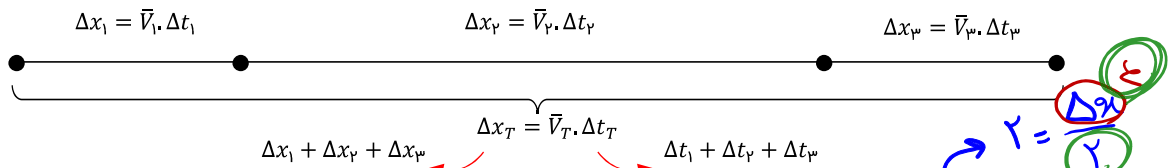
$$\Delta x \text{ هم } t \left\{ \begin{array}{l} \text{سرعت متوسط هم } 2 \\ \text{هم } 2 \end{array} \right.$$

ب) تندی متوسط این متحرک ها را مقایسه کنید.

$$\bar{v}_A > \bar{v}_B = \bar{v}_C = \bar{v}_D$$

پ) کدام متحرک با سرعت ثابت حرکت کرده است؟ C چون سب ثابت

مسیرهای چند قسمتی



تعریف ۸: متحرکی ۲ ثانیه با سرعت $2m/s$ و ۴۴ متر با سرعت $11m/s$ حرکت می کند و ۲ ثانیه نیز توقف می کند. سرعت متوسط این متحرک را محاسبه کنید.

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{44}{11} = 4$$

توجه: به جز روش فوق می توانید از روش میانگین وزن دار نیز استفاده کنید که سرعت ها را سمت راست و زمان ها را سمت چپ می نویسیم. (استفاده از این روش را بیشتر به شاگرد های طول سال خودم توصیه می کنم و دوستانی که در طول سال از این روش استفاده نکرده اید، توصیه می کنم از همان روش بالا استفاده کنید.)

$$\bar{v}_T = \bar{v}_1 + \Delta v \cdot f_T$$

$$\frac{\Delta v_1}{\Delta v_T} = \frac{\Delta t_T}{\Delta t_1}$$

تیم یک رقی‌های کنکور

تعریف ۹: متحرکی ۳ ثانیه با سرعت $۸ \frac{m}{s}$ و t ثانیه با سرعت $۱۸ \frac{m}{s}$ حرکت می‌کند. اگر سرعت متوسط این متحرک $۱۵ \frac{m}{s}$ باشد، t چند ثانیه است؟

$$۱۵ = \frac{۲۴ + ۱۸t}{۳ + t}$$

$$۲۱ = ۳t$$

$$۷ = t$$

$$\frac{t}{۳} = \frac{۷}{۳}$$

$$۷ \leftarrow t$$

$$\begin{matrix} ۸ \\ ۱۵ \\ ۱۸ \end{matrix} \begin{matrix}) \\) \\) \end{matrix} \begin{matrix} ۷ \\ ۳ \\ ۳ \end{matrix}$$

$$۴۵ + ۱۵t = ۲۴ + ۱۸t$$

سرعت و تندی لحظه‌ای

سرعت لحظه‌ای $\rightarrow$ **معادله:** از معادله‌ی مکان - زمان مشتق بگیرید تا معادله‌ی سرعت - زمان ساخته شود.
نمودار: شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان همان سرعت لحظه‌ای است.

تندی لحظه‌ای = |سرعت لحظه‌ای|
اگر سرعت (جهت حرکت) مثبت باشد $s = v$
اگر سرعت (جهت حرکت) منفی باشد $s = -v$

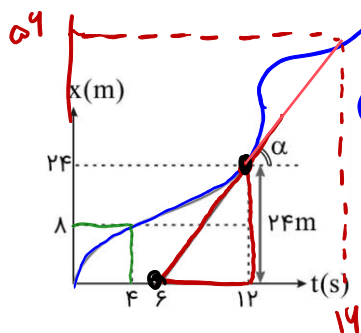
نکته: عقربه‌ی کیلومتر شمار خودرو به ما تندی لحظه‌ای (اندازه‌ی سرعت لحظه‌ای) را نشان می‌دهد.

تعریف ۱۰: معادله‌ی مکان - زمان متحرکی به صورت $t^3 - ۲t^2 + ۳t - ۴$ است. سرعت آن در لحظه‌ی $t = ۲s$ چند برابر تندی آن در لحظه‌ی $t = ۱s$ است؟

$$v = 3t^2 - 4t + 3$$

$$v = 12 - 8 + 3 = 7$$

$$v = 3 - 4 + 3 = 2$$



تعریف ۱۱: نمودار مکان - زمان متحرکی بر مسیر مستقیم مطابق شکل زیر است. اگر سرعت متحرک در لحظه‌ی $t = ۱۲s$ برابر سرعت متوسط آن بین دو لحظه‌ی $t_1 = 4s$ و $t_2 = ۱۶s$ باشد:

$$v = 3t^2 - 4t + 3$$

$$v = 3(12)^2 - 4(12) + 3 = 48$$

(الف) متحرک در لحظه‌ی $t = ۱۶s$ در چندمتری مبداء است؟

$$\Delta x = 48 = x_{16} - (x_4) \Rightarrow x_{16} = 54$$

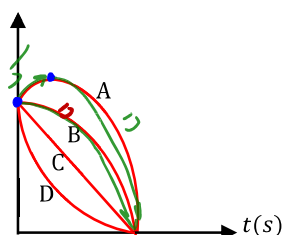
(ب) سرعت متوسط متحرک از $t = ۵s$ تا $t = ۱۶s$ چند $\frac{m}{s}$ است؟

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{54 - 0}{14 - 0} = \frac{54}{14} = \frac{۷}{۲} = ۳,۵ \frac{m}{s}$$

(پ) سرعت متوسط متحرک از $t = ۱۲s$ تا $t = ۱۶s$ چند $\frac{m}{s}$ است؟

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{54 - 24}{14 - 12} = \frac{30}{2} = 15$$

$x(m)$



تعریف ۱۲: در شکل روبه‌رو نمودار مکان - زمان چهار متحرک A, B, C و D رسم شده است:

(الف) سرعت اولیه‌ی کدام متحرک از بقیه بیشتر و کدام متحرک از بقیه کمتر است؟

$$v_D < v_C < v_B < v_A$$

(ب) تندی اولیه‌ی کدام متحرک از بقیه کمتر است؟

B : min تندی اولیه

D : max تندی اولیه

(پ) در مبداء مکان تندی کدام متحرک بیشتر است؟

$$S_D < S_C < S_B < S_A$$

(ت) در کدام متحرک(ها) تندی در تمام لحظات قرینه‌ی سرعت است؟ D, C, B

C ← سرعت ثابت و هیچ کدلم
D ← کند شونده

(ث) نوع حرکت (تند شونده یا کند شونده) را در این ۴ متحرک مقایسه کنید.

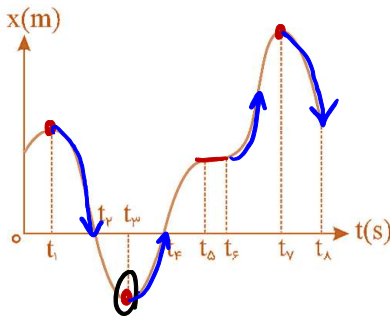
A ← ابتدا کند و سپس تند شونده

B ← تند شونده

نکته: در قله‌ها و دره‌های نمودارهای مکان - زمان، تندی و سرعت صفر می‌شود (توقف متحرک)، بنابراین هرگاه متحرک به سمت قله یا دره برود حرکت کند شونده است و هرگاه از آن دور شود حرکت تند شونده است.

سرعت ثابت ها نه به سرعت صفر نزدیک می شوند نه دور ← تند و کند شونده نیستند

تعریف ۱۳: نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل روبه‌رو است:



(الف) در کدام لحظات متحرک به مبداء مکان رسیده است؟

t_2 و t_4
دوباره

(ب) متحرک در این بازه چند بار به مبداء حرکت رسیده است؟

۲ بار

(پ) در چه بازه‌هایی متحرک بردار مکان منفی است؟ $t_2 \text{ تا } t_3$ و $t_4 \text{ تا } t_5$

(ت) از لحظه‌ی شروع تا کدام لحظه(ها)ی مشخص شده سرعت متوسط مثبت می‌شود؟

$t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7, t_8$
مکان زمان
قله و دره و سطح افقی

(ث) در چه لحظاتی متحرک متوقف می‌شود؟

t_2, t_4, t_6, t_8

(ج) در چه لحظاتی جهت متحرک عوض می‌شود؟

t_2, t_4, t_6, t_8
قله و دره

$t_1 \text{ تا } t_2 / t_2 \text{ تا } t_3 / t_3 \text{ تا } t_4 / t_4 \text{ تا } t_5 / t_5 \text{ تا } t_6 / t_6 \text{ تا } t_7 / t_7 \text{ تا } t_8$

(چ) در کدام بازه‌های زمانی تندی متحرک در حال افزایش است؟

تند شونده

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ شیب}$$

شتاب



$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

معادله سرعت - زمان

متوسط
نمودار سرعت - زمان ← شیب خط واصل

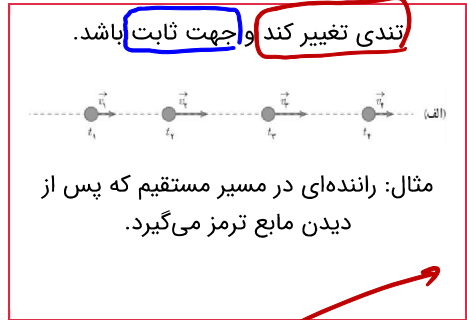
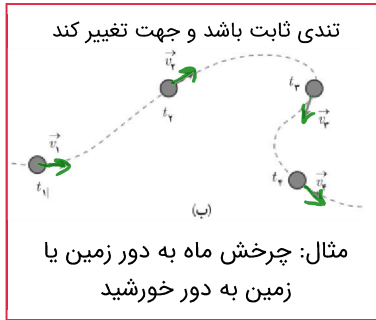
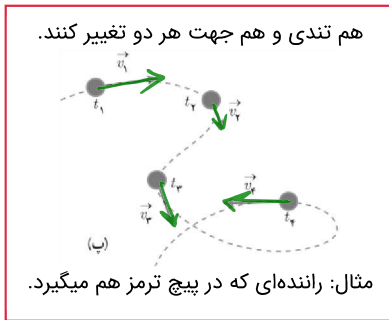
لحظه‌ای
معادله سرعت - زمان ← مشتق

نمودار سرعت - زمان ← شیب خط مماس

مکان زمان ← مشتق
سرعت - زمان ← مشتق
شتاب - زمان ← مشتق

تیم یک رقی های کنکور

نکته: سرعت یک کمیت برداری است، پس هم اندازه (تندی) دارد، هم جهت برای تغییر سرعت (داشتن حرکت شتابدار) به حالت ممکن است:



گاز در آرزو

همانطور که در شکل‌های فوق مشخص است، بردار سرعت همواره بر مسیر حرکت مماس است.

فرمان سرعت جهت

تعریف ۴: معادله‌ای حرکتی که بر روی خط راست حرکت می‌کند به صورت $\frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + 7t - 14$ است:

الف) شتاب متوسط از $t = 1s$ تا $t = 5s$ چند $\frac{m}{s^2}$ می‌شود؟

زمان وسط: ۳

$$v = t^3 - 4t + 7$$

$$25 - 20 + 7 = 12$$

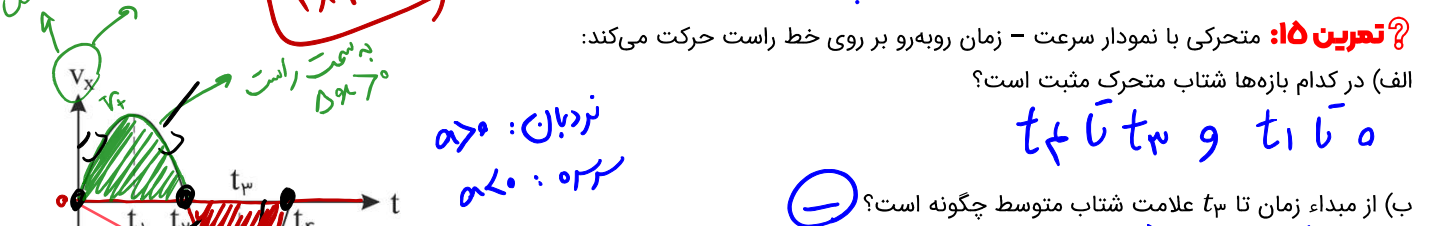
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{12 - 4}{5 - 1} = \frac{8}{4} = 2 \frac{m}{s^2}$$

ب) شتاب در چه لحظه‌ای صفر می‌شود؟

کدام سبب سرعت سبب شتاب

$a = 2t - 4 = 0 \Rightarrow 2t = 4 \Rightarrow t = 2s$

$2 \times 3 - 4 = 2$



ب) از مبداء زمان تا t_3 علامت شتاب متوسط چگونه است؟

سبب واصل + به سمت راست ← سرعت +

سبب - به سمت چپ ← سرعت -

ت) در کدام لحظه (ها) متحرک تغییر جهت می‌دهد؟

مکان زمان ← قله و دره

ث) در کدام بازه‌ها تندی متحرک در حال کاهش است؟

لذت‌نورده ← وقتی به تندی و سرعت صفر نزدیک

۵ تا ۱ و ۳ تا ۴

ج) جابه‌جایی متحرک در کل مسیر در کدام جهت است؟

صفر

اگر نمودار روبه‌رو مکان - زمان باشد، شتاب در کدام لحظات مثبت و در کدام لحظات منفی است؟

سبب مثبت ← شتاب مثبت

سبب منفی ← شتاب منفی

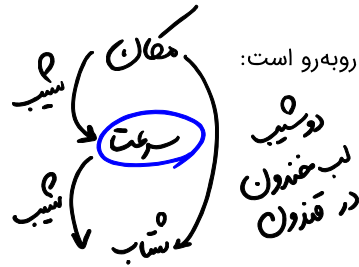
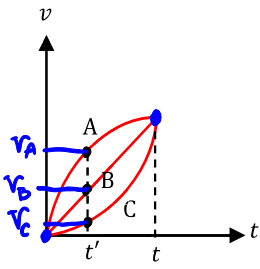


$\frac{\Delta x}{\Delta t}$

صفر - +

+

+



تعریف ۱۶: نمودار سرعت - زمان سه متحرک A، B و C مطابق شکل روبه‌رو است:
(الف) شتاب متوسط سه متحرک را مقایسه کنید.

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ برابر}$$

(ب) شتاب این سه متحرک را در لحظات $t = 0$ و t' مقایسه کنید.

$$a_A < a_B < a_C \quad a_B > a_C \quad a_A > a_B > a_C$$

(پ) سرعت این سه متحرک را در لحظات $t = 0$ و t' مقایسه کنید.

$$v_A > v_B > v_C \quad \text{برابر}$$

(ت) کدام متحرک (ها) سرعت ثابت و کدام متحرک (ها) شتاب ثابت دارند؟

متحرک متغیر
فقط B

$$\Delta a_C < \Delta a_B < \Delta a_A$$

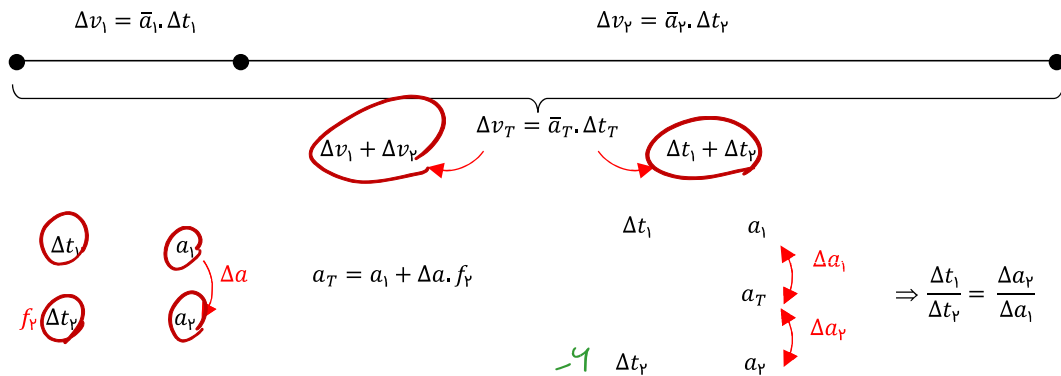
(ث) جابه‌جایی کدام متحرک بیشتر است؟

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

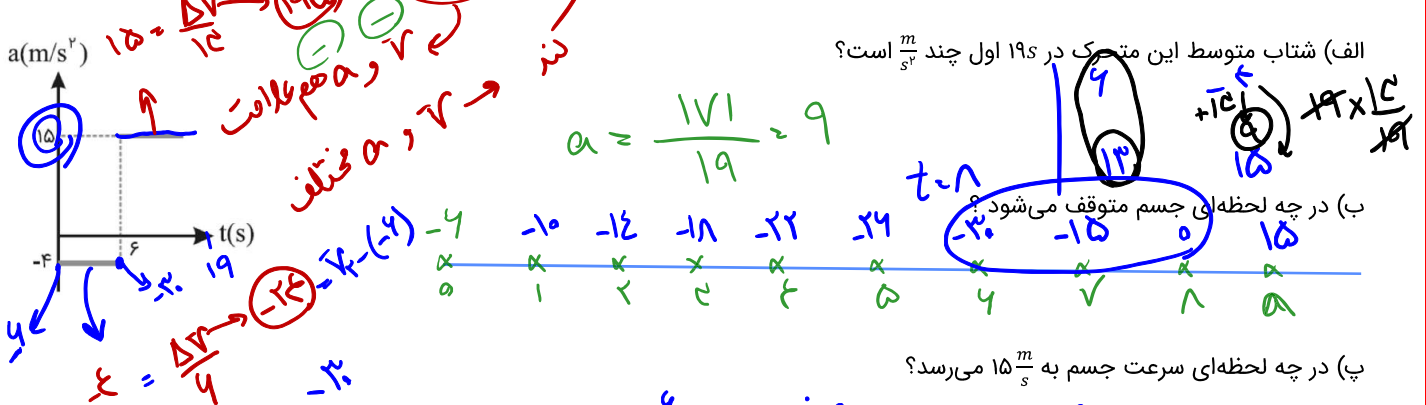
$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

مسیرهای چند قسمتی

دقیقا همانند میانگین وزن‌دار سرعت است، اما در اینجا از شتاب میانگین می‌گیریم.



تعریف ۱۷: نمودار شتاب - زمان متحرکی که تندی آن در مبداء زمان $6 \frac{m}{s}$ و نوع حرکت آن تندشونده است مطابق شکل روبه‌رو است:



(الف) شتاب متوسط این متحرک در ۱۹s اول چند $\frac{m}{s^2}$ است؟

(ب) در چه لحظه‌ای جسم متوقف می‌شود؟

(پ) در چه لحظه‌ای سرعت جسم به $15 \frac{m}{s}$ می‌رسد؟

(ت) چند ثانیه حرکت این متحرک کندشونده است؟

از ۹ تا ۱۹ یعنی ۱۰ ثانیه