

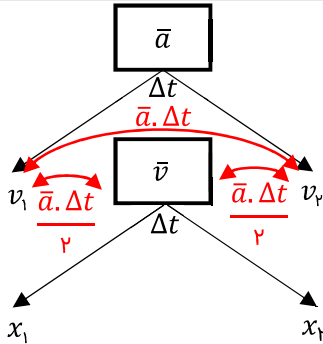
حرکت با شتاب ثابت

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

در قسمت اول ارتباط بین سرعت و جابه‌جایی و در ادامه رابطه‌ی بین سرعت و شتاب را بررسی کردیم، در این بخش می‌خواهیم ارتباط تمام این کمیت‌ها با همدیگر را بررسی کنیم.

آموختید که با ضرب کردن شتاب در Δt به دست می‌آید که همان اختلاف v_1 و v_2 است. چون $\bar{v}$ وسط v_1 و v_2 است، فاصله‌ی v_1 تا $\bar{v}$ و v_2 تا $\bar{v}$ نصف Δv یا همان $\frac{a \Delta t}{2}$ است. حال اگر $\bar{v}$ را دوباره در Δt ضرب کنیم Δx به دست می‌آید که اختلاف x_1 و x_2 است. از میان پارامترهای $\bar{a}$ ، v_1 ، v_2 ، $\bar{v}$ ، Δv و Δx هرگاه سه مورد معلوم باشد، تمام مجهول‌ها را می‌شود پیدا کرد.



تمرین ۱۸: متحرکی با شتاب ثابت ۶ و سرعت اولیه‌ی ۷ به مدت ۴ ثانیه حرکت می‌کند:

$$31 \frac{m}{s}$$

(الف) سرعت نهایی متحرک را محاسبه کنید.

$$74 m$$

(ب) جابه‌جایی متحرک در این بازه چند متر است؟

$$89 \frac{m}{s}$$

(پ) سرعت متوسط متحرک از $t = 5 s$ تا $t = 9 s$ چند $\frac{m}{s}$ است؟

$$7.5$$

(ت) جابه‌جایی متحرک از $t = 5 s$ تا $t = 9 s$ چند متر است؟

$$194 m$$

اگر اولین بار است که این روش را می‌آموزید، احتمالاً برایتان هم جالب است و هم عجیب! آیا ممکن است از فرمول‌های مختلف خلاص شد و تمام سؤالات را با این روش حل کرد؟ برای مطمئن شدن شما، فرمول‌های کتاب درسی را با این روش اثبات می‌کنیم، تا هم این فرمول‌ها را بیاموزید و هم مطمئن شوید روش هر کم نمی‌آورد.

اثبات تعام فرمول‌های کتاب درسی با هر روش حرکت‌شناسی:

(الف) وقتی V_1 ، V_2 و Δt را داریم:

$$\Delta x = \frac{V_1 + V_2}{2} \times \Delta t$$

$$a = \frac{V_2 - V_1}{\Delta t}$$

(ب) وقتی a ، Δt و V_1 را داریم:

$$V_2 = V_1 + a \cdot \Delta t$$

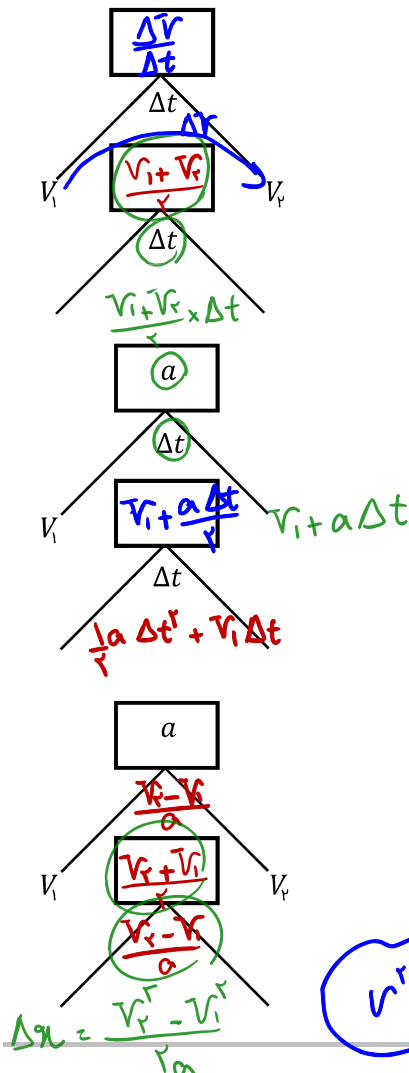
$$\bar{v} = V_1 + \frac{1}{2} a \cdot \Delta t$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} a \Delta t^2 + V_1 \cdot \Delta t$$

(پ) وقتی V_1 ، V_2 و a را داریم:

$$\Delta t = \frac{V_2 - V_1}{a}$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2 a \Delta x$$



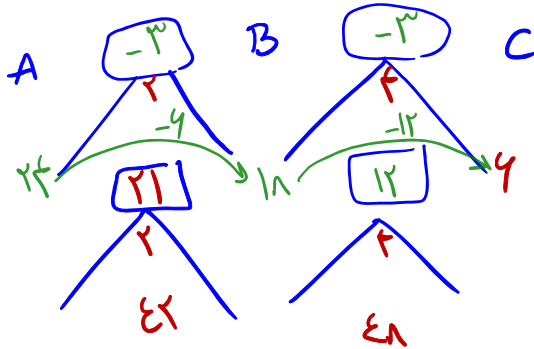
$$\bar{v} = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

$$\Delta x = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2a} \Rightarrow V_2^2 - V_1^2 = 2a\Delta x$$

سخت صفر و با سرعت اولیه ۲۴

تعریف ۱۹: متحرکی با شتاب ثابت از نقطه‌ی A از حالت سکون شروع به حرکت می‌کند و ابتدا به نقطه‌ی B و سپس به نقطه‌ی C می‌رسد. اگر متحرک فاصله‌ی ۴۸ متری B تا C را در ۴ ثانیه پیموده باشد و سرعت متحرک در C به $6 \frac{m}{s}$ رسیده باشد:

(الف) سرعت در نقطه‌ی B چند $\frac{m}{s}$ است؟ $18 \frac{m}{s}$



(ب) شتاب متحرک چند $\frac{m}{s^2}$ است؟ -3

$$\frac{V_1 + 4}{2} = 12$$

$$V_1 + 4 = 24$$

$$V_1 = 20$$

(پ) فاصله‌ی A تا B چند متر است؟ ۴۸

تعریف ۲۰: متحرکی با شتاب ثابت $7 \frac{m}{s^2}$ ، در مدت زمان Δt سرعتش را از $16 \frac{m}{s}$ به $30 \frac{m}{s}$ می‌رساند:

(الف) Δt چند ثانیه است؟ ۲۵

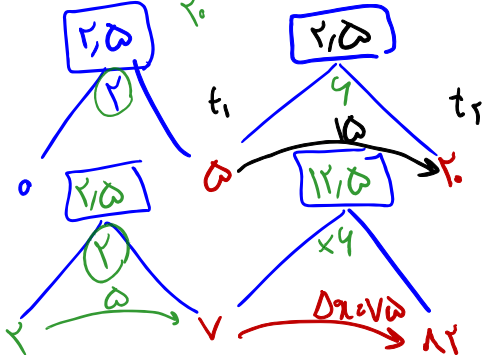


(ب) سرعت میانگین چند $\frac{m}{s}$ است؟ $23 \frac{m}{s}$

(پ) اگر این متحرک ابتدا مکانش $x = 6$ باشد، در انتهای این بازه به چند متری مبدا حرکت می‌رسد؟ $94m$

تعریف ۲۱: متحرکی با شتاب ثابت در لحظه‌ی t_1 دارای $x_1 = 7m$ و $v_1 = 18 \frac{km}{h}$ و در لحظه‌ی t_2 دارای $x_2 = 82m$ و $v_2 = 72 \frac{km}{h}$ است:

(الف) شتاب متحرک چند $\frac{m}{s^2}$ است؟ $2.5 \frac{m}{s^2}$



(ب) t_1 چند ثانیه پس از شروع حرکت از حالت سکون است؟ ۲۵

(پ) مکان اولیه متحرک که در آن متحرک در حال سکون بوده است، چند متر است؟ ۲

نکات:

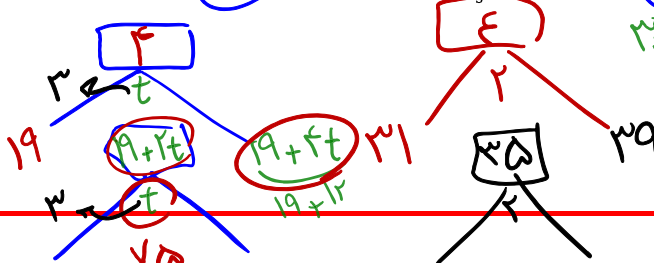
۱- هر $18 \frac{km}{h}$ معادل $5 \frac{m}{s}$ است.

۲- در یک معادله‌ی خطی، مقدار متوسط در بازه‌ی زمانی t تا t' همان مقدار در لحظه‌ی $\frac{t+t'}{2}$ است.

تعریف ۲۲: متحرکی با شتاب ثابت $4 \frac{m}{s^2}$ و سرعت اولیه‌ی $19 \frac{m}{s}$ در یک بازه‌ی زمانی $75m$ جابه‌جا می‌شود:

(الف) این بازه زمانی چند ثانیه است؟ $7s$

$$(19 + 2t) \cdot t = 75$$



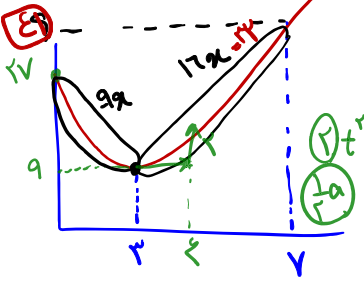
$$2 \times 4 \times 75 = 600$$

$$27^2 - 19^2 = 600$$

$$729 - 361 = 600$$

$$368 = 600$$

$$368 - 361 = 7$$



فیزیک جت: حرکت بر خط راست
(ب) سرعت نهایی و سرعت متوسط را محاسبه کنید.

(پ) در دو ثانیه‌ی بعدی این متحرک چند متر جابه‌جا می‌شود؟ V_{0m}

$$t = 5 \Rightarrow t = 5 \Rightarrow t = 5$$

تعریف ۲۳: معادله سرعت - زمان متحرکی به صورت $v = 4t - 5$ است:

(الف) شتاب این متحرک چند $\frac{m}{s^2}$ است؟ $a = 4$

$$t = 4 \rightarrow 4(4) - 5 = 11$$

(ب) سرعت میانگین از $t = 2s$ تا $t = 6s$ چند $\frac{m}{s}$ است؟

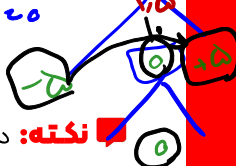
$$4(2) - 5 = 3 \quad 4(6) - 5 = 19$$

(پ) جابه‌جایی متحرک در ۲ ثانیه سوم چند متر است؟

$$4 - 9$$

(ت) در چه لحظه‌ای متحرک به مبدا حرکت می‌رسد؟ $t = 1.25s$

جای اولیه $\Delta x = 0$



نکته: در تست فوق آموختید که وقتی متحرک به مبدا حرکت برمیگردد جابه‌جایی آن صفر است. صفر شدن جابه‌جایی یعنی صفر شدن سرعت متوسط و برای صفر شدن سرعت متوسط در یک حرکت با شتاب ثابت، باید سرعت انتهایی بازه قرینه‌ی ابتدای بازه باشد.

تعریف ۲۴: متحرکی از حال سکون با شتاب 7 شروع به حرکت می‌کند و پس از رسیدن به سرعت v با شتاب -14 متوقف می‌شود:

$$a \times \Delta t = \Delta v \quad 2 \times ? = 1$$

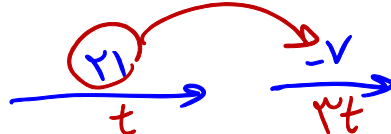
(الف) زمان قسمت کندشونده چند برابر قسمت تندشونده است؟

$$\frac{t}{2t} = \frac{1}{2}$$

(ب) جابه‌جایی قسمت کندشونده چند برابر قسمت تندشونده است؟

$$\frac{9}{29} = \frac{1}{2}$$

(پ) سرعت متوسط قسمت کندشونده چند برابر قسمت تندشونده است؟



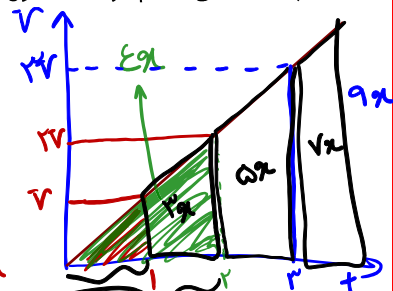
نکته: در تپ سوال بالا که به آن آزمایش ماشین می‌گوییم، می‌توان گفت: $\frac{x_2}{x_1} = \frac{t_2}{t_1} = \frac{a_1}{a_2}$



تعریف ۲۵: جسمی از حال سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند:

(الف) جابه‌جایی جسم در ۵ ثانیه اول، چند برابر ثانیه اول است؟

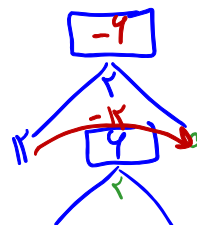
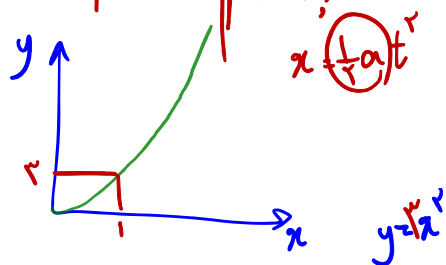
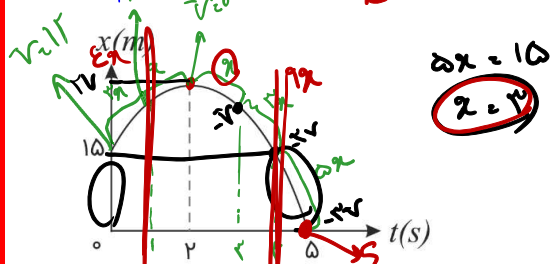
$$25 = \frac{25m}{9}$$



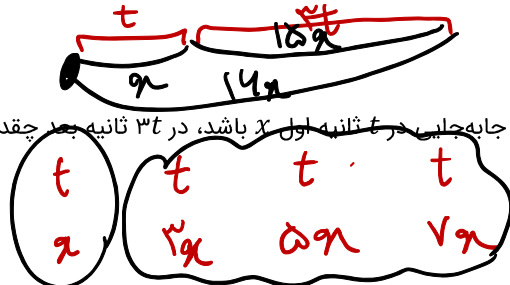
طبق شکل بالا، اگر متحرکی از حال سکون شروع به حرکت کرده باشد، جابه‌جایی در ثانیه‌های متوالی، دنباله‌ای از اعداد فرد است.



تیم یک رقمی های کنکور



(ب) اگر جابه‌جایی در t ثانیه اول x باشد، در $3t$ ثانیه بعد چقدر است؟



تحرین ۲۶: معادله مکان - زمان متحرکی مانند شکل روبه‌رو است:

الف) متحرک در چند متري از مبدا مکان و مبدا حرکت تغییر جهت می‌دهد؟

(ب) شتاب این متحرک چند $\frac{m}{s^2}$ است؟ -4

$$x = \frac{1}{\gamma} a t^{\gamma} + v_0 \cdot t + x_0$$

(ی) معادله مکان - زمان و سرعت - زمان این متحرک را بنویسید.

$$-v = at + v_0$$

$$YV = f_a + Yb + 1\bar{a}$$

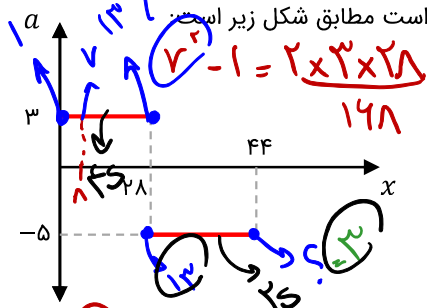
$$e = \omega a + \omega b + 1$$

(ت) در بازه‌ی زمانی $t = 1$ تا $t = 4$ ، مسافت چند برابر جابه‌جایی است؟

$$9 - 4n = -3n = -9$$

(ث) در لحظه‌ای که بردار مکان تغییر جهت می‌دهد، تندی چند $\frac{m}{s}$ است؟

تعریف ۲۷: نمودار شتاب - مکان متحرکی که در مبداء زمان با سرعت $\frac{m}{s}$ شروع به حرکت کرده است مطابق شکل زیر است:



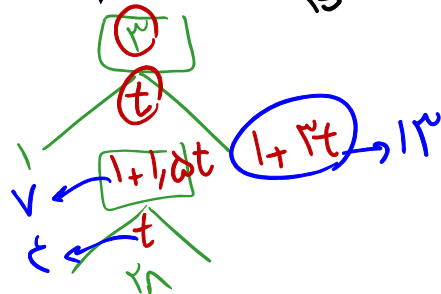
$$\begin{aligned} a &= \omega \\ \Delta x &= \gamma \lambda \\ \gamma &= 1 \end{aligned}$$

$V_c 149$
 $V_c 120$

الف) سرعت آن در مکان‌های $28m$ و $44m$ چند $\frac{m}{s}$ است؟

$$r - 149 = 2 \times (-5)(14)$$

(ب) متحرک این $44m$ را در چند ثانیه پیموده است؟



(ب) متحرک در چه لحظه‌ای به مکان $x = \lambda m$ می‌رسد؟

$$\frac{\gamma^r}{c_A} - 1 = \frac{\gamma_X \Lambda_X \gamma_Y}{\epsilon_A}$$

نکته ۴ که لازم است بدانید:

ویژگی‌های حرکت		شتاب	سرعت	مکان
سرعت ثابت	صفر	درجه صفر (ثابت)	درجه ۱ (خطی)	
شتاب ثابت	درجه صفر (ثابت)	درجه ۱ (خطی)	درجه ۲ (سهمی)	

۲- استراتژی یافتن سرعت متوسط:

۱- ساده‌ترین راه : یافتن سرعت در وسط بازه (در صورت خطی بودن سرعت)

۲- میانگین گرفتن از سرعت ابتدا و انتها (در صورت خطی بودن سرعت)

۳- راهی که همیشه جواب می‌دهد: جایگذاری Δx و t در فرمول $\Delta x = v \cdot t$

۳۔ استراتژی یافتن سرعت متوسط:

۱- ساده‌ترین راه : یافتن شتاب در وسط بازه (در صورت خطی بودن شتاب)

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = a$$

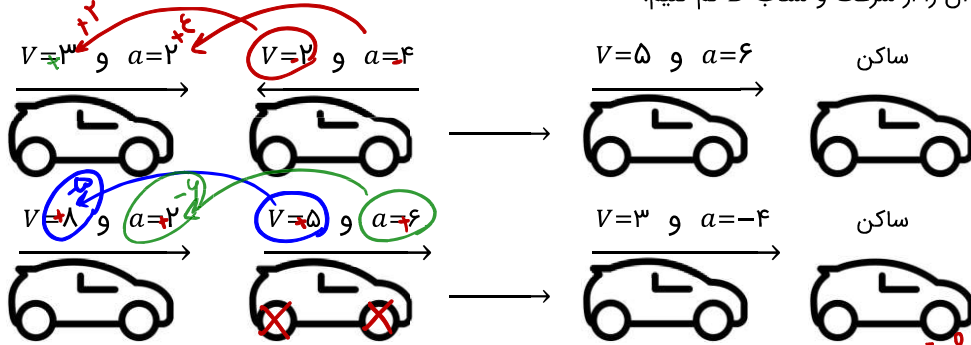
۲- میانگین گرفتن از شتاب ابتدا و انتها (در صورت خطی بودن شتاب)

۳- راهی که همیشه جواب می‌دهد: جایگذاری Δv و t در فرمول $\Delta v = a \cdot t$

۴- در حرکت با شتاب ثابت، اگر v_1 یا v_2 صفر باشد، می‌توان گفت $v^2 \propto t^2 \propto x$ (از آویکس استفاده می‌کنیم)

حرکت نسبی

اگر دو جسم A و B با شتاب ثابت در حال حرکت باشند و حرکت آن‌ها نسبت به هم بررسی شود، می‌توانیم جسم A را ثابت در نظر بگیریم و سرعت و شتاب آن را از سرعت و شتاب B کم کنیم:

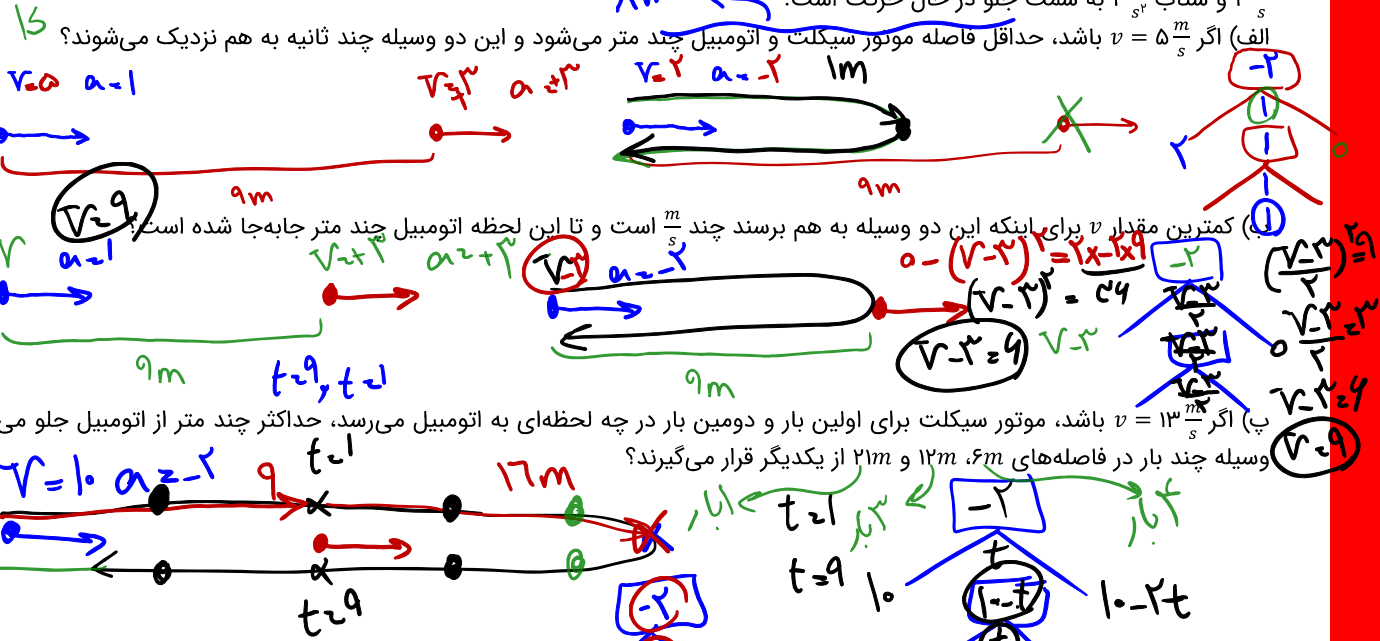


تغییر شتاب

تمرین ۲۸: موتور سیکلتی در مبدا زمان در مبدا مکان با سرعت v و شتاب $\frac{m}{s^2}$ به سمت جلو حرکت می‌کند و ۹ متر جلوتر اتومبیلی با سرعت

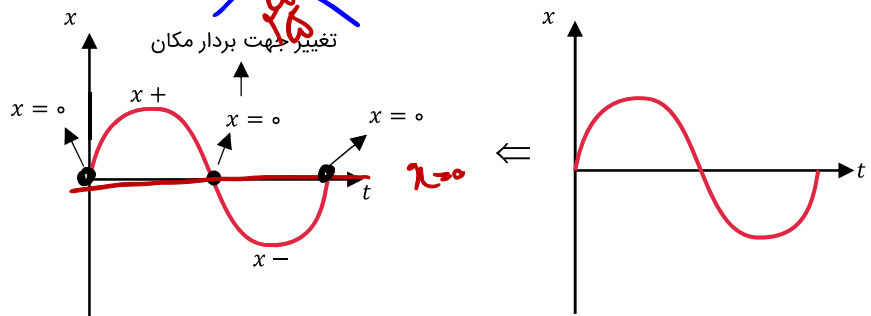
$\frac{m}{s}$ و شتاب $\frac{m}{s^2}$ به سمت جلو در حال حرکت است:

الف) اگر $v = 5 \frac{m}{s}$ باشد، حداقل فاصله موتور سیکلت و اتومبیل چند متر می‌شود و این دو وسیله چند ثانیه به هم نزدیک می‌شوند؟

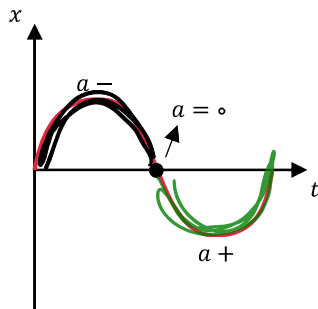


جمع‌بندی نمودارها

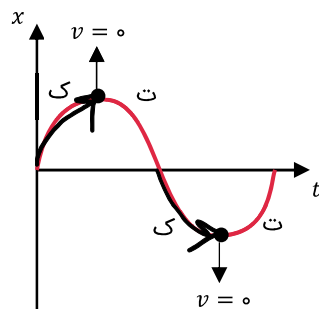
۱- از نمودار مکان - زمان موارد زیر را می‌شود فهمید:



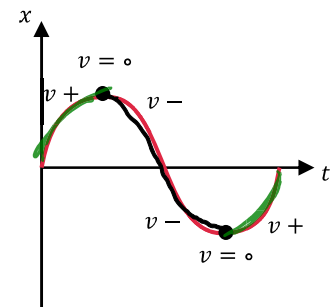
در محور افقی مکان صفر است، پس مکان بالای محور مثبت و پایین محور منفی است و در محل تقاطع نمودار با محور افقی مکان صفر است. اگر نمودار از محور افقی عبور کند بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.



هرگاه تقعر نمودار به سمت بالا باشد (شبه کاسه یا لبخند) شتاب مثبت است و هرگاه تقعر نمودار به سمت پایین باشد (شبه تپه یا لب آویزان) شتاب منفی است.



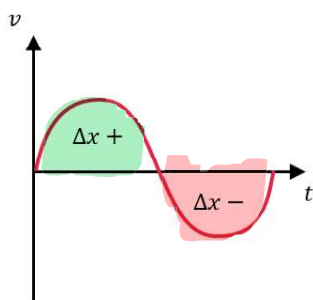
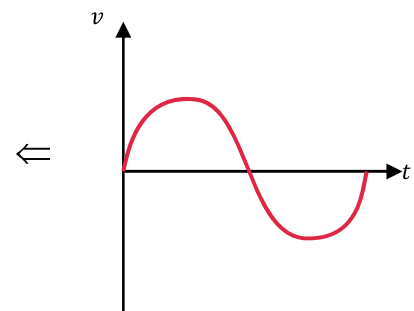
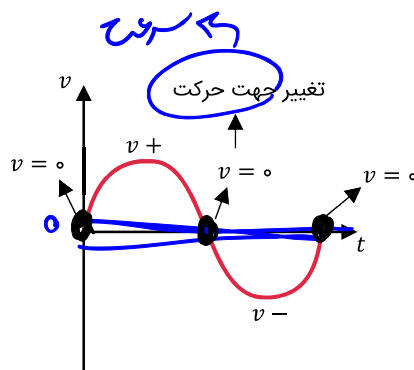
هرگاه به سمت قله یا دره با سطح افقی برویم، تندی متحرک کاهش می‌یابد (کند شونده) و هرگاه از این نقاط دور شویم، تندی متحرک افزایش می‌یابد. (تند شونده)



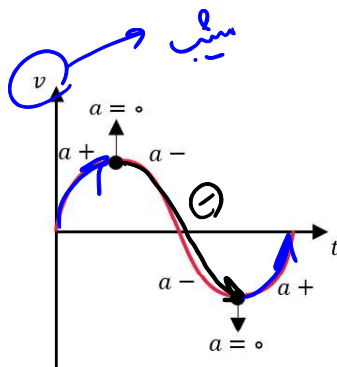
شیب این نمودار همان سرعت است، پس هرگاه نمودار به سمت بالا حرکت کند سرعت مثبت است و هرگاه به سمت پایین حرکت کند سرعت منفی است و در قله‌ها و دره‌ها و سطوح افقی سرعت صفر است. در قله و دره سرعت تغییر جهت می‌دهند.

۲- از نمودار سرعت - زمان موارد زیر را می‌شود فهمید:

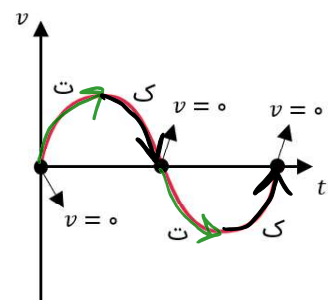
در محور افقی سرعت صفر است، پس سرعت بالای محور مثبت و پایین محور منفی است و در محل تقاطع نمودار با محور افقی سرعت صفر است. اگر نمودار از محور افقی عبور کند جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند.



مساحت زیر نمودار همان جابه‌جایی است. هرگاه نمودار بالای محور افقی باشد جابه‌جایی مثبت است و هرگاه زیر محور باشد جابه‌جایی منفی است. به علاوه می‌توان Δx به دست آمده را به Δt تقسیم کرد و به $\bar{v}$ رسید.

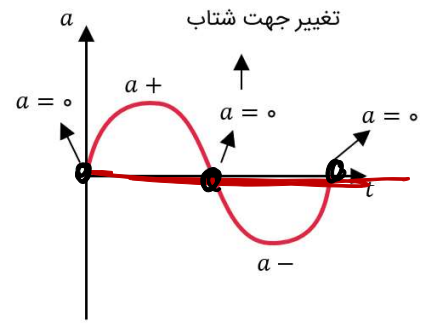


شیب این نمودار همان شتاب است، پس هرگاه نمودار به سمت بالا حرکت کند شتاب مثبت است و هرگاه به سمت پایین حرکت کند شتاب منفی است و در قله‌ها و سطوح افقی شتاب صفر است. در قله و دره شتاب تغییر جهت می‌دهند.



هرگاه به سمت محور افقی برویم، تندی متحرک کاهش می‌یابد (کند شونده) و هرگاه از محور افقی دور شویم، تندی متحرک افزایش می‌یابد. (تند شونده)

۳- از نمودار شتاب - زمان می‌توان موارد زیر را فهمید:



در محور افقی شتاب صفر است، پس شتاب بالای محور مثبت و پایین محور منفی است و در محل تقاطع نمودار با محور افقی شتاب صفر است. اگر نمودار از محور افقی عبور کند جهت شتاب متحرک تغییر می‌کند.

ΔT

مساحت زیر نمودار همان

