

مغناطیس

و القای الکترومغناطیس

درباره این فصل:

آخرین فصل فیزیک یازدهم در دوره جت با ۱۲.۵ صفحه درسنامه (دارای ۵۶ پرسش تمرینی مشابه کنکور) و ۱۰۰ تست جت و ۵۰ تست جت پلاس (مجموعاً ۱۵۰ تست) از نظر حجمی یک فصل متوسط محسوب می‌شود. این فصل به صورت کلی به ۳ بخش ۱- نیروی مغناطیسی، ۲- میدان حاصل از جریان و ۳- ولتاژ و جریان حاصل از تغییر شار مغناطیسی تقسیم می‌شود که با نمودارها و جمع‌بندی‌های زیادی که در درسنامه گنجانده‌ام، خیال شما را برای مرور آسوده می‌کنم. مسائل این قسمت برخلاف تست‌های فصل قبلی، خیلی قابل پیچیده شدن نیستند، و با حضور در کلاس و حل تعدادی از تست‌های جت می‌توانید خیالتان را از کنکور ۱۴۰۱ آسوده کنید.

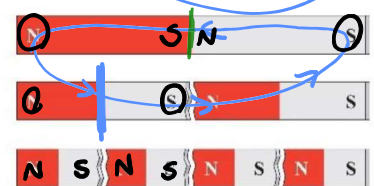
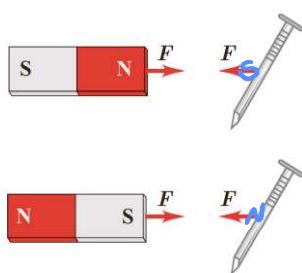
تعداد تست این فصل در کنکور: ۲ یا ۳ تست

تعداد جلسات جت: ۲ جلسه

پیش بینی کنکور: پیش بینی می‌کنم در کنکور ۱۴۰۰ یک تست نیرو (احتمالاً از نیروی وارد بر بار و نه سیم)، یک تست از میدان حاصل از سیم‌لوله و یک تست القا مطرح شود.

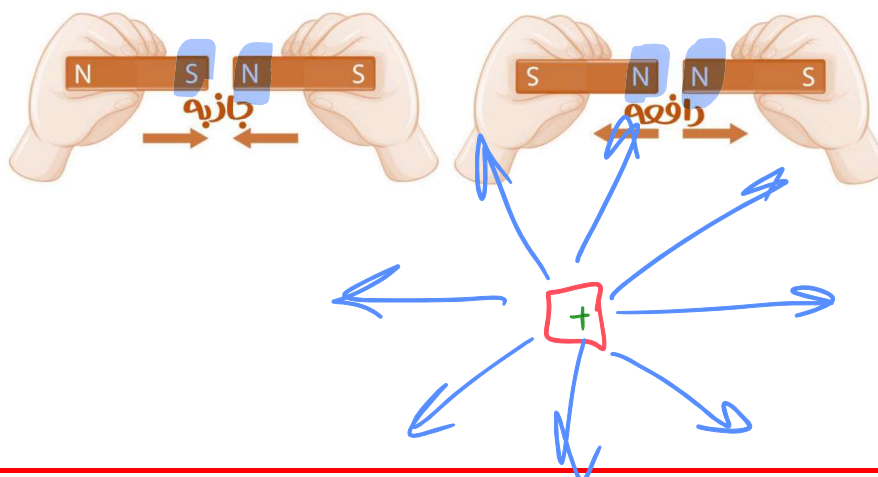
✓ درسنامه مغناطیس و القای الکترومغناطیس

- ◀ کاربردهای مغناطیس و آهنربا: ضبط صدا و تصویر (به مدت فراتر از یک قرن در گذشته)، بلندگو، گوشی همراه، رایانه، کارت بانکی، موتور الکتریکی، یخچال، سامانه‌های هشدار و ایمنی و دستگاه MRI
- ◀ تالس ماده کانی مگنتیت یا همان Fe_3O_4 را که ویژگی آهنربایی داشت می‌شناخت.
- ◀ خاصیت آهنربایی در اطراف قطب‌های آهنربا بیشتر است ← هرگاه آهنربا را درون ظرفی از براده‌های آهن فرو ببریم، براده‌های آهن بیشتر جذب قطب‌های مغناطیسی آهنربا می‌شوند. (جذب نواحی خاص می‌شوند نه همه‌ی نواحی)
- ◀ اگر انتهای یک میله آهنی را به وسط یک آهنربا نزدیک کنیم، جاذبه ضعیف است، ولی اگر انتهای یک میله آهنربایی را به وسط یک میله آهنی نزدیک کنیم، جاذبه قوی است ← افتراق دو میله مشابه آهنی و آهنربایی از هم (قطب‌های S و N افتراق داده نمی‌شوند).
- ◀ اگر یک آهنربا را چندین بار در یک جهت به یک سوزن ته‌گرد بکشیم، سوزن به صورت موقت آهنربا می‌شود.
- ◀ قطبی از آهنربا که تقریباً به سمت شمال قرار می‌گیرد را N (شمال) می‌نامیم ← S (جنوب مغناطیسی زمین) در نزدیکی قطب شمال جغرافیایی قرار می‌گیرد. (قطب‌های مغناطیسی و جغرافیایی منطبق نیستند و ۱۸۰۰ کیلومتر فاصله دارند).
- ◀ بارهای الکتریکی + و - می‌توانند به صورت مجزا وجود داشته باشند، در حالی که قطب‌های S و N آهنربا نمی‌توانند به صورت مجزا وجود داشته باشند و هر آهنربایی که قطب S داشته باشد، قطب N هم دارد.
- ◀ اگر یک آهنربا را به n قسمت بشکنیم، هر قسمت یک آهنربا خواهد بود و N و S خواهد داشت.
- ◀ اگر یک آهنربا را از قطب S به یک میخ نزدیک کنیم، در قسمت نزدیک میخ قطب N و در سمت دیگر قطب S القا می‌شود، بنابراین آهنربا میخ آهنی را جذب می‌کند و خود میخ نیز به آهنربا تبدیل می‌شود (در پدیده‌ی القای مغناطیسی همواره جذب وجود دارد).



میدان مغناطیسی

اگر در نزدیکی قطب S یک آهنربا، قطب N یک آهنربای دیگر یا یک قطعه آهن (که در آن القای قطب N صورت می‌گیرد) قرار دهیم، ^{جاذبه} $\frac{F}{d^2}$ رخ می‌دهد و اگر قطب S یک آهنربای دیگر را قرار دهیم، ^{جاذبه} $\frac{F}{d^2}$ روی می‌دهد، بنابراین آهنربا در فضای اطراف خود خاصیتی را ایجاد کرده است، که به آن میدان مغناطیسی می‌گوییم.



اندازه: هرچه به قطب‌های آهنربا نزدیک‌تر شویم، خطوط میدان متراکم‌تر می‌شود که نشان‌دهنده بزرگی میدان است.

جهت: خطوط میدان به شکل حلقه‌هایی باز هستند که از قطب $\frac{N}{S}$ خارج و به قطب $\frac{N}{S}$ وارد می‌شوند.

نوع کمیت: فرعی و برداری

میدان مغناطیسی ($\vec{B}$)

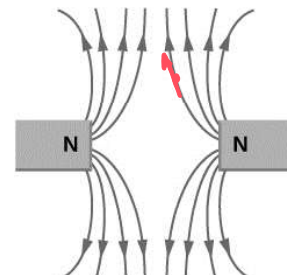
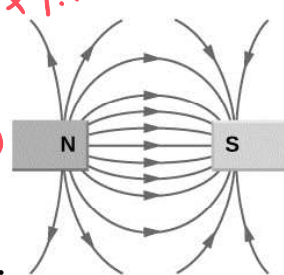
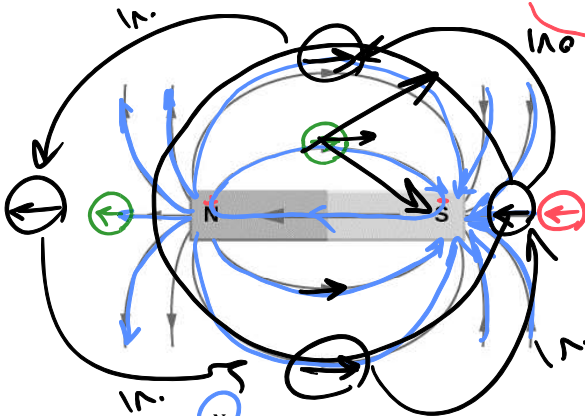
یکا

$$\frac{kg}{C.s} = \frac{kg}{A.s^2} = \frac{N}{A.m} = \frac{N.s}{C.m} = \text{در SI: تسلا (T)}$$

گوس معادل 10^{-4} تسلا

1.6×10^{-4}

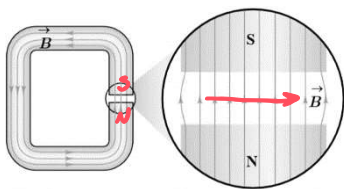
1.6×10^{-4}



بردار میدان مغناطیسی در اطراف آهنربا در جهتی است که وقتی عقربه مغناطیسی را در آن نقطه قرار می‌دهیم، قطب $\frac{N}{S}$ عقربه در آن جهت قرار می‌گیرد.

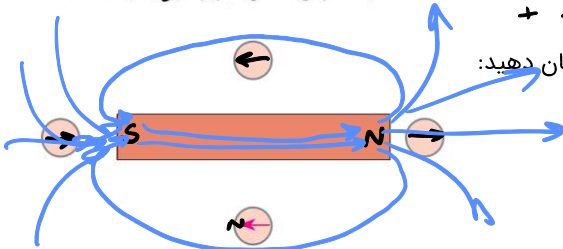
اگر یک قطب نما را یک دور به دور آهنربا بچرخانیم، عقربه مغناطیسی $\frac{یک}{دو}$ دور می‌چرخد. (زاویه چرخش عقربه دو برابر زاویه چرخش خود قطب‌نماست.)

- در میدان مغناطیسی یکنواخت، $\frac{جهت}{اندازه}$ میدان در نقاط مختلف فضا یکسان است و ایجاد این میدان در ناحیه‌ی بزرگی از فضا $\frac{آسان}{دشوار}$ است.

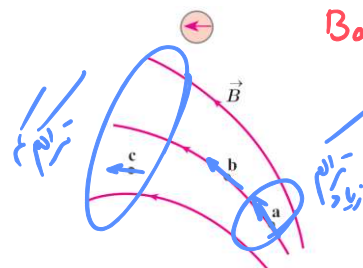
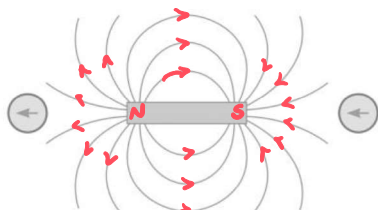


شکل ۸-۱۳ میدان مغناطیسی در فضای بین قطب‌های یک آهنربای C شکل با تقریب خوبی یکنواخت است.

تعریف ۱: قطب N و S و جهت گیری عقربه‌های مغناطیسی را در اطراف آهنربای روبه‌رو نشان دهید:



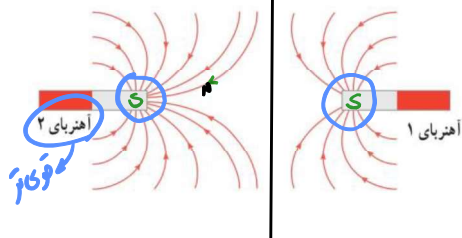
تعریف ۲: بردار مغناطیسی را در نقاط c, b, a مشخص کنید و اندازه آن‌ها را مقایسه کنید. $B_a > B_b > B_c$



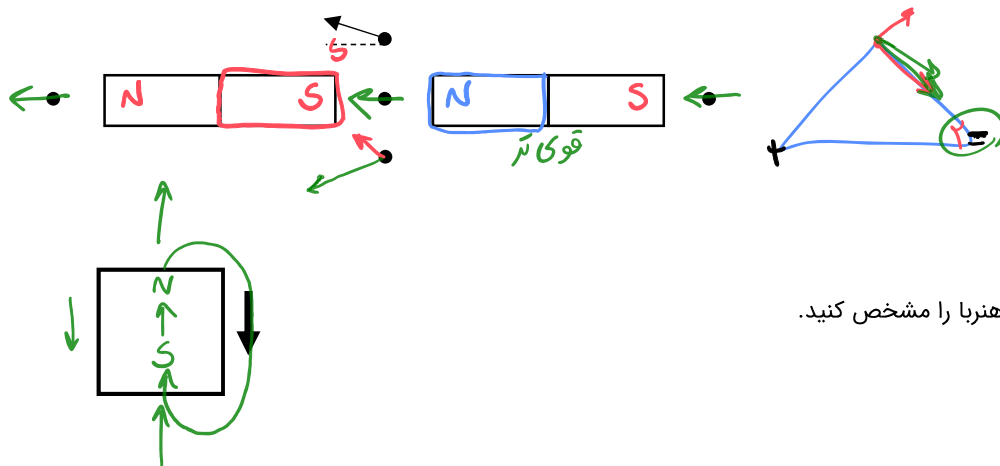
تیم یک رقی‌های کنگور

تعریف ۴: خط‌های میدان مغناطیسی بین دو آهنربا در شکل مقابل نشان داده شده است.

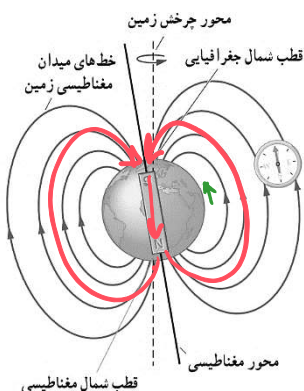
قطب‌های S و N دو آهنربا کدام است و کدام آهنربا قوی‌تر است؟



تعریف ۵: در شکل زیر قطب‌های دو آهنربا را مشخص کنید و قدرت آهنربا را مقایسه کنید و جهت میدان در نقاط داده شده را مشخص نمایید.



تعریف ۶: در شکل روبرو قطب S و N آهنربا را مشخص کنید.



شکل ۷-۱۳ طرح ساده‌ای از میدان مغناطیسی زمین. عقریه مغناطیسی قطب‌ها در هر نقطه در امتداد خط‌های این میدان قرار می‌گیرد.

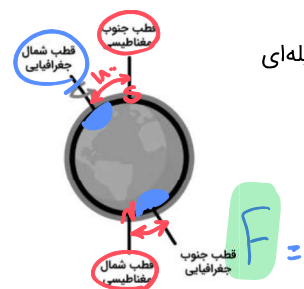
طرح خط‌های میدان مغناطیسی زمین، مانند طرح خط‌های آهنربای میله‌ای بزرگی است که در نزدیکی مرکز زمین قرار دارد.

قطب‌های مغناطیسی زمین بر قطب‌های جغرافیایی آن منطبق است و بر خلاف همانند قطب‌های جغرافیایی، تغییر می‌کند.

هر ۱۰۴ تا ۱۰۶ سال، میدان مغناطیسی زمین کاملاً وارون می‌شود.

شمال مغناطیسی ۱۸۰۰ کیلومتر از شمال جغرافیایی فاصله دارد. صحیح ☐ غلط ☒

شیب مغناطیسی، زاویه‌ای است که عقریه مغناطیسی از وسط آویزان شده، با سطح زمین می‌سازد. اندازه میدان مغناطیسی در سطح زمین از ۰/۶۵ (در قطب‌ها) تا ۰/۲۵ (در استوا) است. در نزدیکی آهنربای میله‌ای میدان مغناطیسی ۰/۰۱ تا ۰/۱ تسلا است و بیشترین میدان مغناطیسی تولید شده حدود ۴۵ تسلا است.



$$F = qV B$$

$$q = I \Delta t$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

بار متحرک = آهنربا

$$F \cdot I \cdot L \cdot B \sin \alpha$$

درست‌نامه F مغناطیسی وارد بر q در B

اگر بار q در میدان B با سرعت V حرکت کند، به آن نیروی $F = q \cdot V \cdot B \sin \alpha$ وارد می‌شود. اگر زمان را از مخرج سرعت به مخرج بار الکتریکی ببریم، فرمول به صورت $F = I \cdot L \cdot B \sin \alpha$ در می‌آید. که نیروی وارد بر سیم به طول L، حامل جریان I در میدان B است.

$$\frac{F \cdot q}{A \cdot m}$$

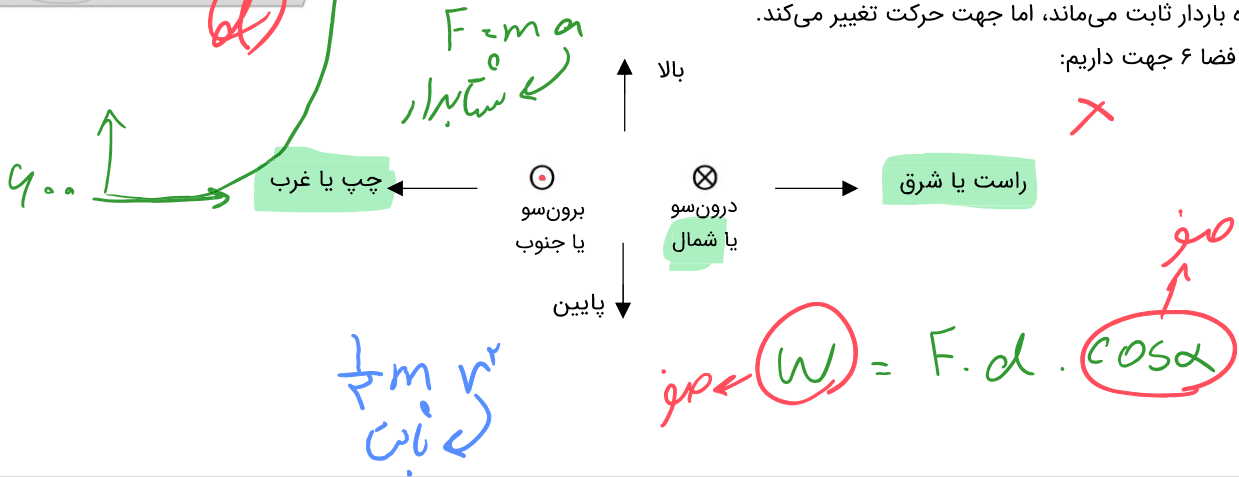
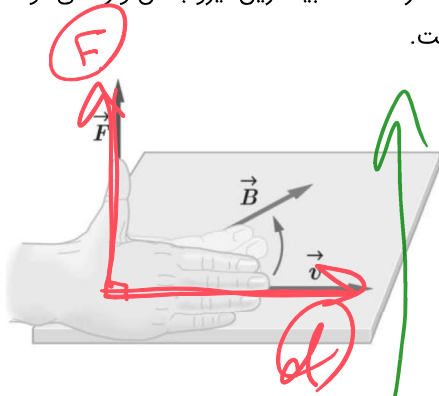
۱- در فرمول فوق $\vec{F}$ و $\vec{B}$ هر سه کمیت‌های فرعی برداری هستند و q فرعی نرده‌ای است.

۲- برابری‌های روبه‌رو برای تسلا وجود دارد: $10^4 G = T = \frac{N}{C \cdot \frac{m}{s}} = \frac{N}{A \cdot m} = \frac{kg}{A \cdot s^2} = \frac{kg}{C \cdot s}$

هم جهت $\cos$

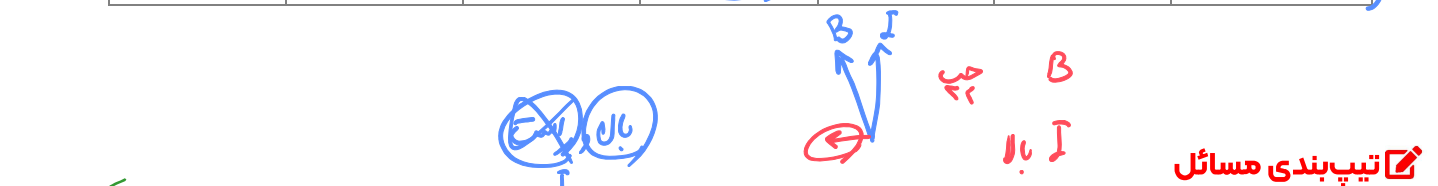
مکود $\sin$

- ۳- زاویه بین V و B یا I و B است. اگر زاویه 90° باشد، یعنی ذره عمود بر میدان مغناطیسی حرکت کند، بیشترین نیرو به آن وارد می‌شود و اگر هم‌جهت حرکت کند، نیروی صفر به آن وارد می‌شود. برای همین از $\sin \alpha$ استفاده شده است.
- ۴- برای تشخیص جهت‌ها کافیست بدانید اگر انگشت در جهت V یا I و کف دست (یا جهت خم شدن انگشتان) به سمت B باشد، شست جهت F را نشان می‌دهد. برای بارهای مثبت از دست راست و برای بارهای منفی از دست چپ استفاده می‌کنیم. (یا از دست راست استفاده می‌کنیم و جهت مجهول به دست آمده را قرینه می‌کنیم.)
- ۵- F همواره عمود بر V و B است، اما B و V الزاما عمود نیستند.
- ۶- چون F همواره بر V عمود است، کار وارد بر بار متحرک در میدان مغناطیسی صفر است و تندی ذره باردار ثابت می‌ماند، اما جهت حرکت تغییر می‌کند.
- ۷- در فضا ۶ جهت داریم:



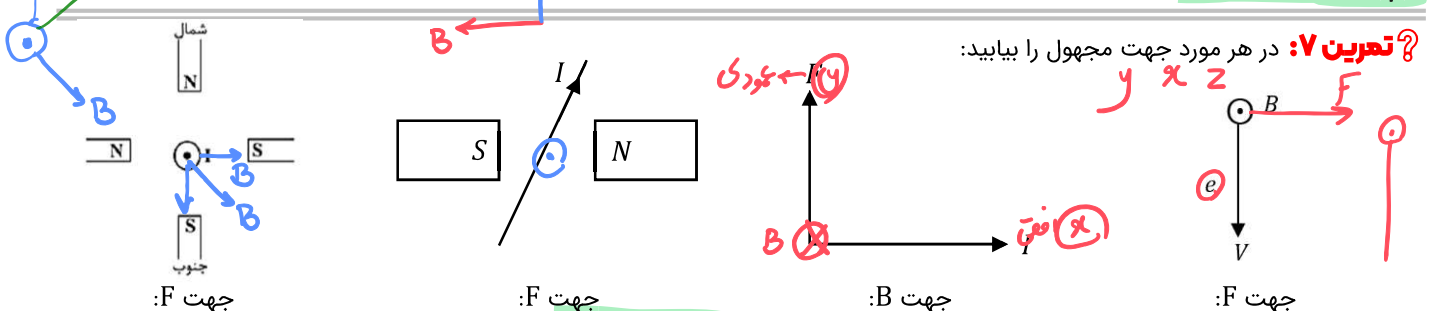
سویر جمع‌بندی:

جهت ۱	→	←	↑	↓	⊗	⊙
حالت اول	$B \uparrow$ $F \odot \rightarrow I$	$B \uparrow$ $I \leftarrow \otimes F$	$B \leftarrow \otimes F$ $I \downarrow$	$B \leftarrow \otimes F$ $I \downarrow$	$B \uparrow$ $I \otimes \rightarrow F$	$B \uparrow$ $F \leftarrow \odot I$
حالت دوم	$B \odot \rightarrow I$ $F \downarrow$	$B \odot \rightarrow I$ $F \downarrow$	$B \odot \rightarrow F$ $I \uparrow$	$F \leftarrow \odot B$ $I \downarrow$	$I \otimes \rightarrow B$ $F \downarrow$	$I \odot \rightarrow B$ $F \downarrow$
حالت سوم	$F \otimes \rightarrow I$ $B \downarrow$	$F \otimes \rightarrow I$ $B \downarrow$	$I \uparrow$ $\otimes F \rightarrow B$	$F \odot \rightarrow B$ $I \downarrow$	$F \leftarrow \otimes I$ $B \downarrow$	$I \odot \rightarrow F$ $B \downarrow$
حالت چهارم	$F \uparrow$ $B \otimes \rightarrow I$	$I \leftarrow \otimes B$ $F \downarrow$	$I \uparrow$ $F \leftarrow \otimes B$	$B \otimes \rightarrow F$ $I \downarrow$	$\uparrow F$ $B \leftarrow \otimes I$	$B \leftarrow \odot I$ $\downarrow F$



تایپ بندی مسائل

تایپ ۱: تشخیص جهت



تعیین ۷: در هر مورد جهت مجهول را بیابید:

وقتی یک ذره باردار وارد فضایی می‌شود که هم میدان الکتریکی و هم میدان مغناطیسی دارد، (نیروی وزن نداشته باشیم) در صورتی که نیروی الکتریکی و نیروی مغناطیسی در دو سوی مخالف و برابر باشند، ذره منحرف نمی‌شود. در این سوالات جهت E یا B را می‌دهد و جهت دیگری را می‌خواهد. دو راه برای حل این سوالات وجود دارد:



تیم یک رقیب های کنکور

جهت E

۱- معلوم

۲- روش سریعتر: از قانون دست راست الکترومغناطیسی استفاده می کنیم. اگر انگشت را در جهت E قرار دهیم و شست در جهت حرکت ذره باردار (چه مثبت و چه منفی) قرار گیرد، کف دست جهت B را نشان می دهد.

تعریف ۸: اگر جهت میدان الکتریکی به سمت غرب و جهت حرکت الکترون به سمت بالا باشد: (الف) جهت میدان مغناطیسی چگونه باشد تا الکترون منحرف نشود؟

برون سو

نیرو صفر

ب) اگر میدان الکتریکی حذف شود، تندی الکترون چگونه تغییر می کند و الکترون به کدام سمت منحرف می شود؟ به سمت راست

مقطع میدان مغناطیسی

میدان

درون سو

بار مثبت: پاد ساعتگرد

بار منفی: ساعتگرد

برون سو

بار مثبت: ساعتگرد

بار منفی: پاد ساعتگرد

تعریف ۹: چهار ذره هنگام عبور از میدان مغناطیسی درون سو مسیریابی مطابق شکل زیر می پیمایند. درباره نوع بار هر ذره چه می توان گفت؟

- ۱- مثبت
- ۲- منفی
- ۳- خنثی
- ۴- منفی

حلقه رسانای مستطیل شکلی که حامل جریان I است، مطابق شکل درون میدان مغناطیسی یکنواخت می چرخد. جهت جریان را در حلقه تعیین کنید.

تیپ ۲: جایگذاری

برای نیروی وارد بر یک ذره باردار از فرمول $q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha$ و برای نیروی وارد بر یک سیم حامل جریان از $B \cdot I \cdot L \cdot \sin \alpha$ استفاده می کنیم. با حرکت شناسی و انرژی جنبشی قابل ترکیب است. q با ne قابل ترکیب است. I با فصل جریان و $RIVIP$ قابل ترکیب است و مهم تر از همه F قابل ترکیب با سایر نیروهاست و ممکن است با mg یا $E \cdot q$ جایگذاری شود.

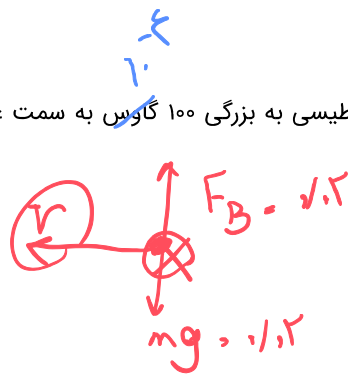
اگر نیروی مغناطیسی و نیروی الکتریکی برابر قرار داده شود، داریم $q \cdot v \cdot B = E \cdot q$ و اگر q را از طرفین حذف کنیم داریم

$$q \cdot v \cdot B \sin \alpha = E \cdot q$$

$$v \cdot B = E$$

نکته:

تمرین ۱۱: ذره‌ای با بار $-5mC$ با سرعت $400 \frac{m}{s}$ عمود بر میدان مغناطیسی به بزرگی 100 گاوس به سمت غرب حرکت می‌کند. اگر ذره بدون انحراف به مسیر حرکتش ادامه بدهد: ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)
(الف) جهت میدان مغناطیسی کدام است؟



درون سو

(ب) جرم ذره چند گرم است؟

$$mg = qvB \sin \alpha$$

$$m \times 10 = 5 \times 10^{-3} \times 400 \times 0.12$$

$$m = 2 \times 10^{-3}$$

(پ) انرژی جنبشی ذره چند ژول است؟

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-3} \times 400^2 = 160$$

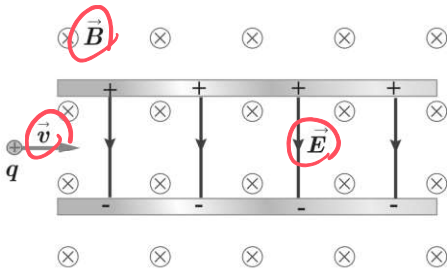
(ت) اگر میدان مغناطیسی نصف شود، میدان الکتریکی با چه بزرگی و در چه جهتی برقرار شود تا ذره منحرف نشود؟

$$F_E = qE = 0.1 \text{ N}$$

$$F_B = 0.1 \text{ N}$$

$$0.1 = E \times q$$

$$E = 200 \text{ V/m}$$



تمرین ۱۲: ذره باردار مثبتی با جرم ناچیز و با سرعت $\vec{v}$ در امتداد محور x وارد فضایی می‌شود که میدان‌های $\vec{E}$ و $\vec{B}$ وجود دارد (شکل مقابل). اندازه این میدان‌ها برابر $E = 450 \frac{V}{m}$ و $B = 0.18 T$ است. تندی ذره چقدر باشد تا در همان امتداد محور x به حرکت خود ادامه دهد؟

$$qvB \sin \alpha = E$$

$$v \times \frac{1.8}{10} = \frac{450}{0.18}$$

$$v = 2500 \frac{m}{s}$$

$$F_{net} = m \cdot a \Rightarrow \omega \times 10^{-2} = 10^{-3} \times a \Rightarrow \omega = 100$$

تمرین ۱۳: ذره‌ای با بار $q = +3mC$ و جرم 1 گرم با سرعت $2 \times 10^4 \frac{m}{s}$ به سمت غرب در یک میدان مغناطیسی درون سو با بزرگی $5G$ در حال حرکت است. اگر میدان الکتریکی به بزرگی $10 \frac{N}{C}$ به سمت شرق برقرار باشد، شتاب این ذره چند متر بر مجذور ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

$$(g = 10 \frac{m}{s^2})$$

$$mg = 1 \times 10^{-3} \times 10 = 10^{-2} \text{ N}$$

$$F_B = qvB = 3 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^4 \times 5 \times 10^{-4} = 0.3 \text{ N}$$

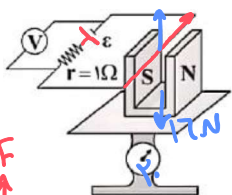
$$F_{net} = 0.3 - 0.01 = 0.29 \text{ N}$$

$$a = \frac{F_{net}}{m} = \frac{0.29}{10^{-3}} = 290 \frac{m}{s^2}$$

$$F_E = qE = 3 \times 10^{-3} \times 10 = 0.03 \text{ N}$$

$$F_B = 0.3 \text{ N}$$

تمرین ۱۴: مطابق شکل زیر، سیمی به طول 20 cm و مقاومت الکتریکی 2Ω عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت یک آهنربای نعلی شکل به بزرگی $20 T$ قرار دارد. اگر ولت‌سنج ایده‌آل مقدار $1V$ را نشان دهد و جرم آهنربا 2 kg باشد، ترازو چند نیوتون را نشان خواهد داد؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$) و سیم‌های رابط بدون مقاومت هستند.



$$\epsilon = Blv$$

$$1 = 20 \times 0.2 \times v$$

$$v = 0.25 \text{ m/s}$$

$$F_B = BIL \sin \alpha$$

$$I = \frac{\epsilon}{R} = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ A}$$

$$F_B = 20 \times 0.5 \times 0.2 = 2 \text{ N}$$

$$F_{total} = mg + F_B = 20 + 2 = 22 \text{ N}$$

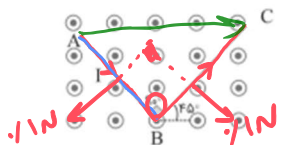
$$F = BIL \sin \alpha$$

$$F = 20 \times 0.5 \times 0.2 = 2 \text{ N}$$

تیم یک رقی های کنکور

تعرین ۱۵: مطابق شکل، سیم ABC حامل جریان ۲ A در میدان مغناطیسی یکنواخت برون سویی به بزرگی 10^3 گاوس قرار دارد. نیروی مغناطیسی

خالص وارد بر سیم چند نیوتن و در چه جهتی است؟ ($\overline{AB} = \overline{BC} = 50 \text{ cm}$)



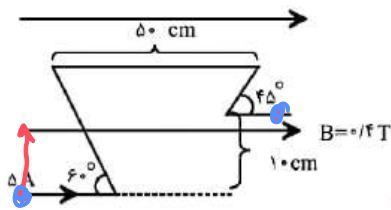
$$F = BIL \sin \alpha$$

$$1.172 \text{ N}$$

$$BIL \sin \alpha$$

تعرین ۱۶: در شکل مقابل قطعه سیمی درون میدان مغناطیسی یکنواخت قرار گرفته است. نیروی مغناطیسی وارد بر کل این سیم چند نیوتن

است؟



$$BIL \sin \alpha$$

$$1/4 \times 5 \times 1 = 1.25 \text{ N}$$



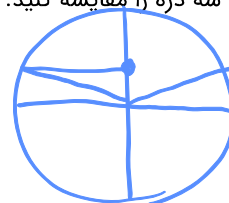
$$\frac{1}{2} F$$

تیب ۳: چند برابری

تعرین ۱۷: اگر سه ذره A، B و C با بار الکتریکی و سرعت یکسان با زاویه های 30° ، 90° و 150° درجه نسبت به خطوط میدان حرکت کنند، نیروهای

وارد بر این سه ذره را مقایسه کنید.

$$\sin \alpha$$



تعرین ۱۸: مطابق شکل دو سیم (a) و (b) حامل جریان های الکتریکی در میدان مغناطیسی یکنواخت که تنها از قسمتی از فضا برقرار است، قرار

دارند. اگر بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر این سیم ها، F_a و F_b باشد، نسبت $\frac{F_b}{F_a}$ کدام است؟

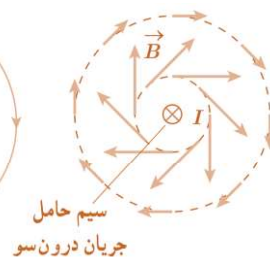
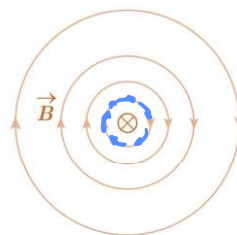
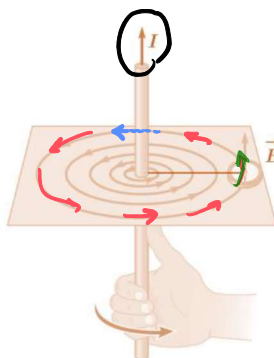
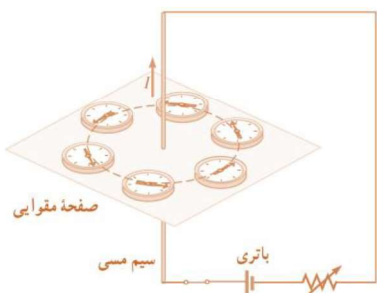
$$F = BIL \sin \alpha$$

$$A : b$$

درستنامه میدان مغناطیسی حاصل از جریان الکتریکی

یک سیم حامل جریان، می تواند یک میدان مغناطیسی در اطراف خود ایجاد کند که به صورت حلقه هایی با مرکزیت سیم است. برای یافتن جهت

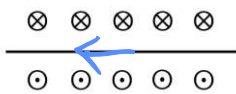
این میدان، کافیت شست دست راست را در جهت جریان قرار دهیم، آنگاه جهت خم شدن ۴ انگشت، جهت میدان را نشان می دهد.



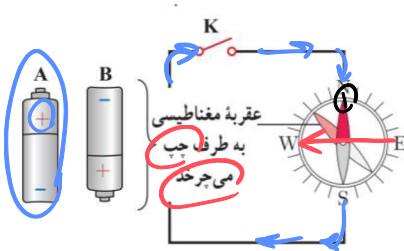
سویر جمع بندی

نکته:

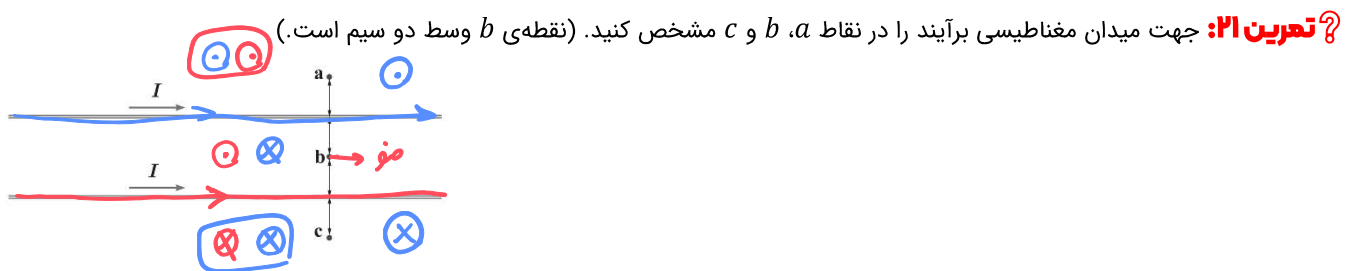
جریان $\otimes$ اطرافش میدان ساعتگرد و جریان $\odot$ اطرافش میدان پادساعتگرد ایجاد می‌کند.



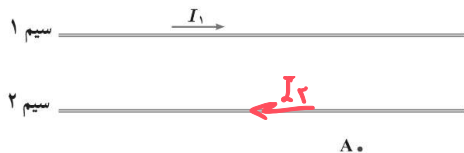
تعرین ۱۹: جهت جریان را در سیم روبه‌رو مشخص کنید:



تعرین ۲۰: در شکل مقابل اگر عقربه قطب‌نما که روی سیم قرار دارد، در خلاف جهت عقربه‌های ساعت شروع به چرخش کند، کدام باتری را در مدار قرار داده‌ایم؟



تیم یک رقی‌های کنکور

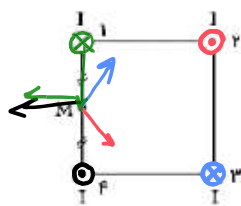


تعریف ۲۲: شکل زیر، دو سیم موازی و بلند حامل جریان را نشان می‌دهد. الف) اگر میدان مغناطیسی برآیند حاصل از این سیم‌ها در نقطه A صفر باشد، جهت جریان در سیم ۲ را پیدا کنید.

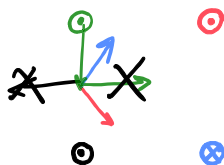
$$I_2 < I_1$$

ب) جریان کدام سیم بزرگ‌تر است؟ I_1

پ) نیروی بین دو سیم جاذبه است یا دافعه؟ دفع



تعریف ۲۳: مطابق شکل سیم‌های بلند و موازی حامل جریان‌های برابر، عمود بر صفحه کاغذ در چهار رأس یک مربع قرار دارند. اگر جهت جریان سیم ۱ تغییر کند، برآیند میدان‌های مغناطیسی در نقطه M چه تغییری خواهد کرد؟

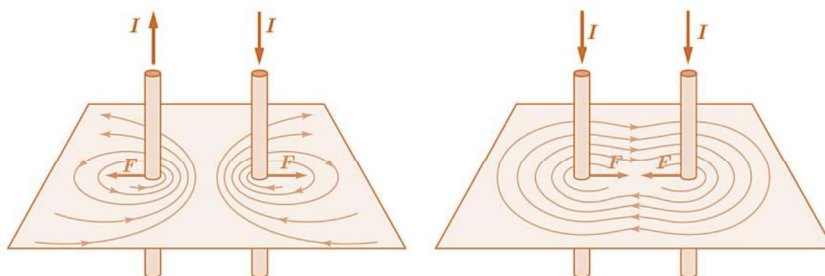


اولیه برآیند صاف

ثانویه برآیند راست

نیروی بین دو سیم حامل جریان:

دو سیم موازی اگر حامل جریان‌های هم جهت باشند، همدیگر را جذب می‌کنند و اگر جریان دو سیم در دو جهت مخالف باشد، یکدیگر را دفع می‌کنند.



نیروی که دو سیم به هم وارد می‌کنند کنش و واکنش هستند، پس همواره جهت متفاوت و مقدار برابر دارند.

نکته:

سوپر جمع‌بندی

