

نوسان و امواج

درباره این فصل

مهمترین فصل فیزیک کنکور در کتاب جت درسنامه‌ای ۱۶ و نیم صفحه‌ای (دارای ۱۳۹ پرسش مشابه کنکور) و ۱۷۷ تست جت و ۶۳ تست جت پلاس (مجموعاً ۲۴۰ تست) دارد.

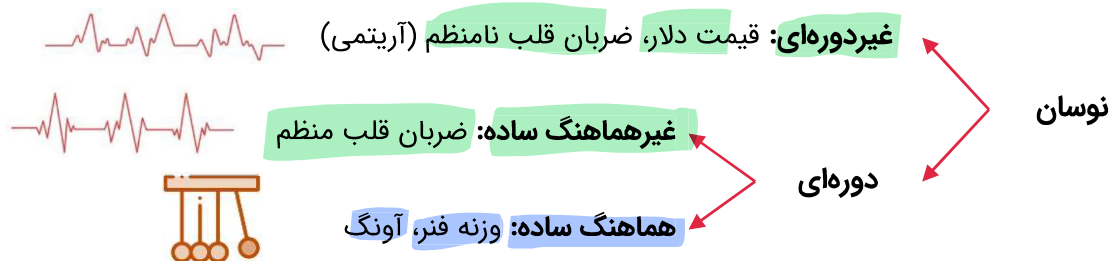
این فصل دارای بخش‌های کلی نوسان، امواج مکانیکی، امواج الکترومغناطیسی، امواج صوتی، بازتاب موج و شکست موج است و ۱۷٪ کنکور را به خودش اختصاص می‌دهد.

در این فصل من تمام سوالات نوسان و امواج را در بستر تناسب تائیه زاویه حل می‌کنم و فرمول‌های کتاب را کاملاً به صورت مفهومی فرا خواهید گرفت. توصیه می‌کنم حتی اگر با روش‌های فرمولی نوسان را یاد گرفته‌اید، حتماً این فصل را با من فرا بگیرید تا سرعت و درک خود را افزایش بدهید.

تعداد تست این فصل در کنکور: ۵ تست

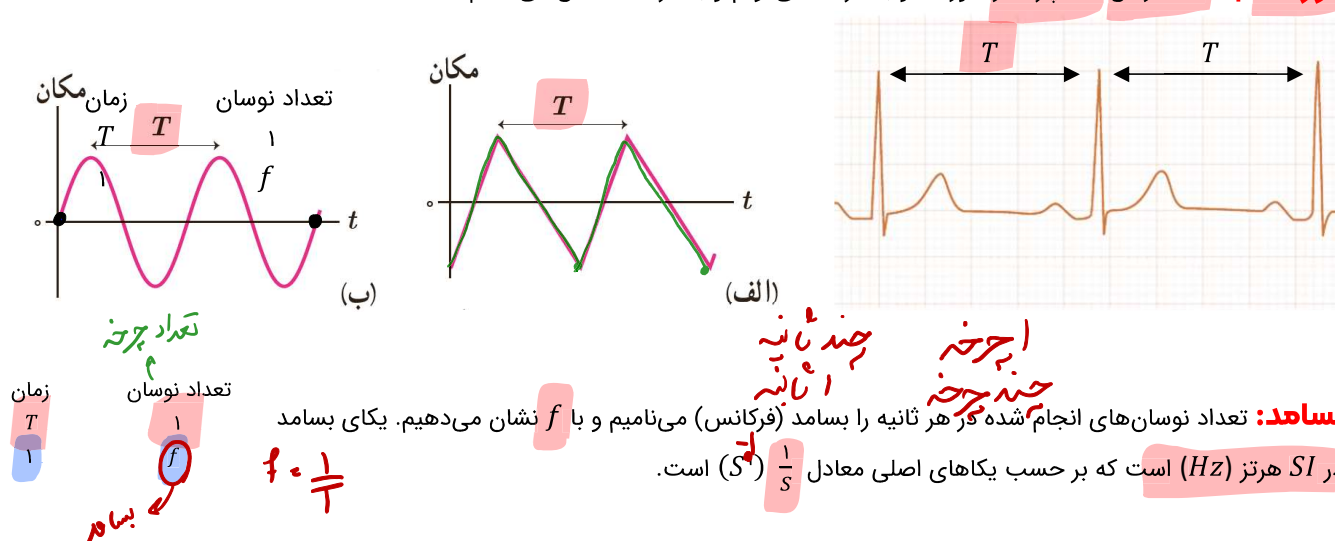
تعداد جلسات جت: ۳ جلسه

پیش بینی کنکور: یک تست نوسان را از قسمت سرعت و تندی یا انرژی پیش بینی می‌کنم. یک تست موج مکانیکی که سرعت آن مستقیم داده نمی‌شود و از نیرو محاسبه می‌شود. یک تست موج صوتی از بل و دسی بل، یک تست بازتاب دو آینه‌ای و یک تست شکست موج احتمالاً سه محیطی را پیش‌بینی می‌کنم.

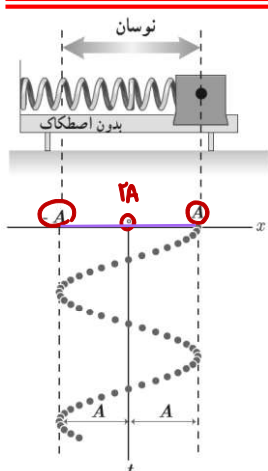


چرخه نوسان: در نوسان‌های دوره‌ای نقش‌هایی را که به طور منظم دقیقاً تکرار می‌شوند را چرخه (سیکل) نوسان می‌گوییم.

دوره تناوب: مدت زمان یک چرخه را دوره تناوب حرکت می‌گوییم و با حرف T نشان می‌دهیم.



✓ حرکت هماهنگ ساده (SHM)



اگر به یک نوسانگر وزنه - فنر توجه کنیم که در آن یک جسم روی سطح افقی بدون اصطکاک به یک فنر بسته شده و چند سانتی‌متر کشیده شده و رها شده است. می‌بینیم که حرکت آن بین مکان $+A$ و $-A$ به صورت رفت و برگشتی است، یعنی از یک الگوی سینوسی تبعیت می‌کند (به صورت کلی به همه تابع‌های سینوسی و کسینوسی، تابع سینوسی می‌گوییم).

$$2A = \text{طول پاره‌خط}$$

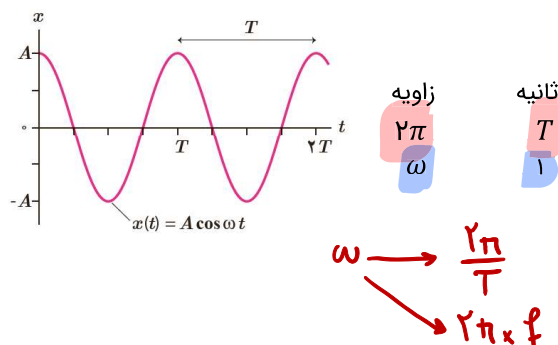
$$\theta = \omega \cdot t$$

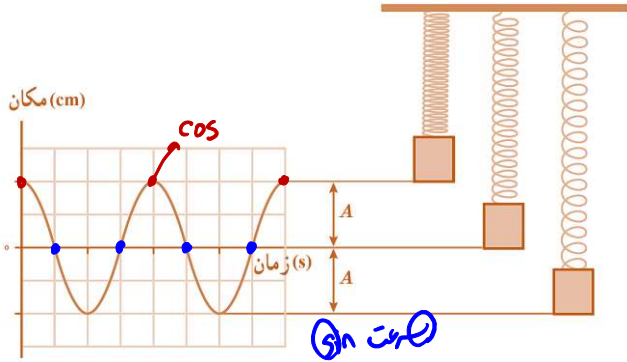
$$\Delta x = v \cdot t$$

اگر بخواهیم یک معادله برای این حرکت ارائه دهیم، به فرض اینکه حرکت از $+A$ شروع شود، معادله $x = A \cos \theta$ را می‌توان ارائه داد.

$$x = A \cos \omega t$$

در تناسب روبرو ω یا بسامد زاویه‌ای، زاویه‌ای است که متحرک در مدت ۱ ثانیه می‌پیماید، بنابراین می‌شود گفت که $\theta = \omega \cdot t$ و معادله حرکت نوسانی به صورت $x = A \cos \omega t$ بازنویسی شود.

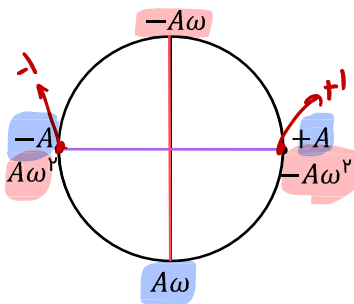




بسامد زاویه‌ای: کمیتی فرعی و نرده‌ای که یکای آن در SI، $\frac{rad}{s}$ است و از رابطه‌ی $\frac{2\pi}{T}$ یا $2\pi f$ به دست می‌آید و با ضرب کردن آن در t ، زاویه به دست می‌آید.

دامنه حرکت: در یک حرکت نوسانی، جسم همواره بین $-A$ و $+A$ نوسان می‌کند که به A دامنه می‌گوییم. توجه کنید طول پاره خطی که جسم روی آن در حال نوسان است $2A$ می‌شود.

وقتی که مکان به حداکثر مقدار خود می‌رسد ($+A$ و $-A$) جسم متوقف می‌شود، یعنی سرعت به حداقل مقدار خود می‌رسد ($V = 0$) و وقتی که جسم به مکان صفر می‌رسد، سرعت به حداکثر مقدار خود می‌رسد ($+V$ و $-V$). این رابطه بین مکان و سرعت یادآور رابطه \sin و \cos است که همیشه وقتی یکی از آنها صفر است، آن یکی $+1$ یا -1 است. پس می‌شود حدس زد که تابع سرعت یک تابع سینوسی است اما می‌خواهیم با مشتق‌گیری از این حدس مطمئن شویم:



$$x = A \cos \omega t \longrightarrow V = -A\omega \sin \omega t \longrightarrow a = -A\omega^2 \cos \omega t$$

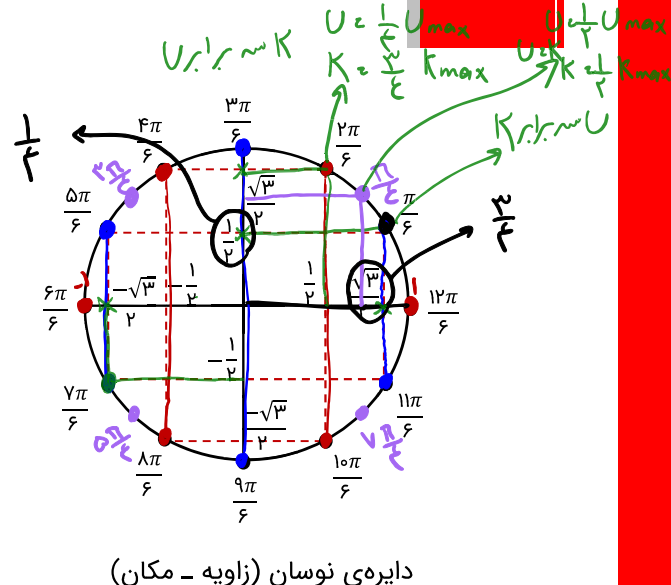
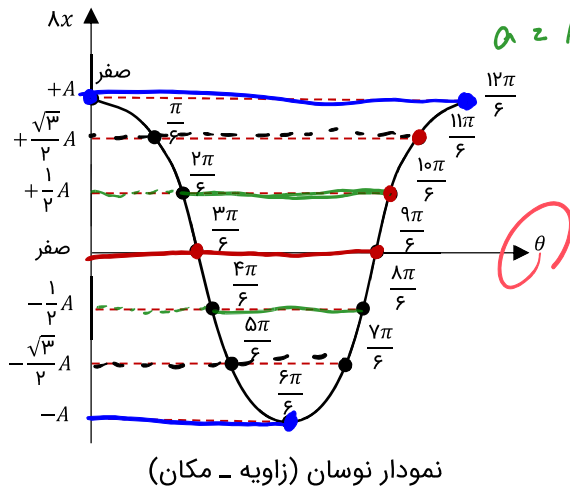
$$\cos \rightarrow -\sin \quad \sin \rightarrow \cos$$

پس فهمیدیم که مکان و شتاب هر دو کوسینوسی هستند و سرعت تابعی سینوسی است. به علاوه حداکثر مقدار مکان A ، حداکثر مقدار سرعت $A\omega$ و حداکثر مقدار شتاب $A\omega^2$ است.

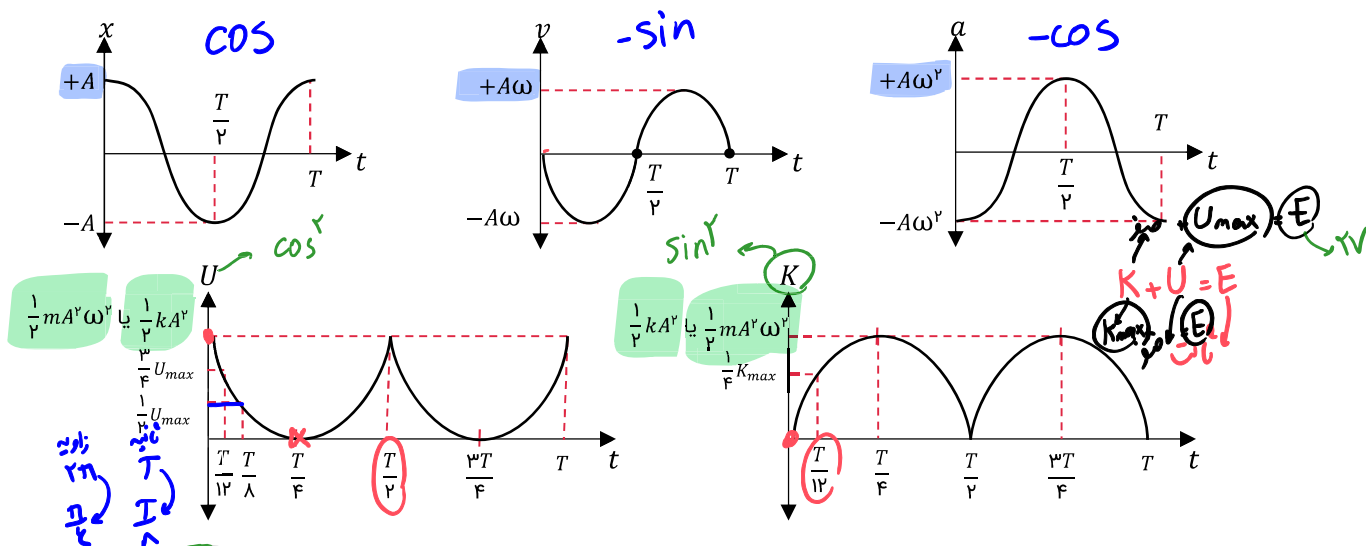
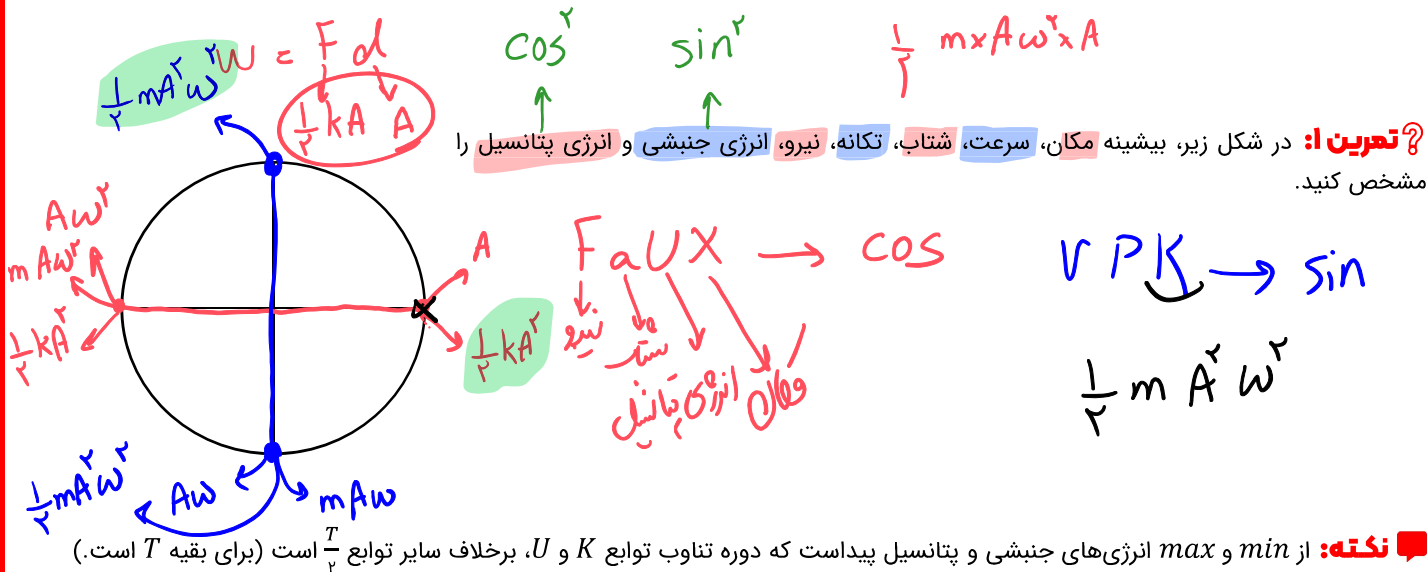
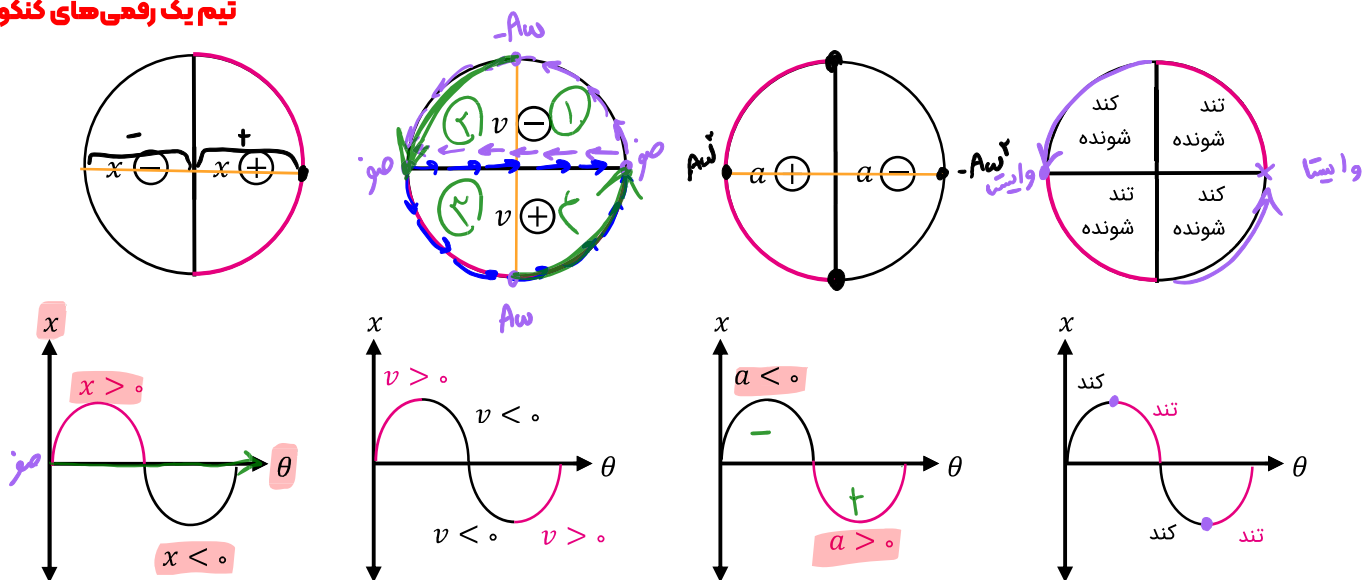
بیشترین مقدار مکان را دامنه یا A می‌نامیم که اگر در ω (بسامد زاویه‌ای) ضرب شود، بیشترین مقدار سرعت به دست می‌آید ($A\omega$) و اگر دوباره در ω ضرب شود، بیشترین مقدار شتاب ($A\omega^2$) به دست می‌آید.

$$\begin{matrix} A \\ x_{max} \\ V_{max} \\ a_{max} \end{matrix} \begin{matrix} \times \omega \\ \times \omega \end{matrix}$$

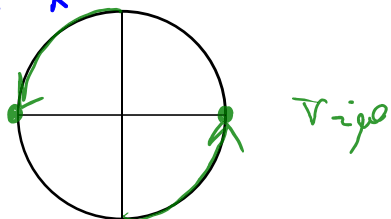
$$\begin{aligned} x &= A \\ V &= A\omega \\ a &= A\omega^2 \end{aligned}$$



نکته: اگر جسم در زوایای $\frac{\pi}{4}$ ، $\frac{3\pi}{4}$ ، $\frac{5\pi}{4}$ و $\frac{7\pi}{4}$ باشد، مکان $\frac{\sqrt{2}}{2}A$ می‌شود و مکان در زوایای 37° و 53° درجه نیز $\frac{4}{5}A$ و $\frac{3}{5}A$ است.



تعریف ۲: مشخص کنید که در چه زوایایی حرکت متحرک تند شونده یا کند شونده است؟



تعریف ۳: در حرکت یک نوسانگر ساده، زمانی که شتاب از مثبت به منفی تغییر علامت می‌دهد:

الف) مقدار شتاب چقدر است؟

ب) مکان جسم کدام است؟

ص

پ) حرکت در جهت محور x است یا در خلاف جهت آن؟

ت) انرژی مکانیکی چند برابر انرژی جنبشی است؟

تعریف ۴: در یک دوره، سرعت و تندی هر کدام چند بار به $\frac{A\omega}{4}$ می‌رسند؟

همیشه مثبت \leftarrow ۴ بار
سایرین \leftarrow ۲ بار

تعریف ۵: در یک دوره، انرژی جنبشی چند بار به $\frac{1}{8}$ انرژی پتانسیل می‌رسد؟

$$\frac{K}{U} = \frac{1}{8}$$

$$8K = U$$

$$8K + K = E$$

$$9K = E$$

$$K = \frac{E}{9}$$

تعریف ۶: اگر انرژی پتانسیل نوسانگری در حال افزایش باشد، الزاماً:

الف) در حال دور شدن از مبدا مکان است.

ب) شتاب آن در حال افزایش است.

پ) تندی آن در حال کاهش است.

ت) انرژی جنبشی آن در حال کاهش است.

- | | |
|--|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> صحیح | <input checked="" type="checkbox"/> غلط |
| <input type="checkbox"/> صحیح | <input checked="" type="checkbox"/> غلط |
| <input checked="" type="checkbox"/> صحیح | <input type="checkbox"/> غلط |
| <input checked="" type="checkbox"/> صحیح | <input type="checkbox"/> غلط |

تعریف ۷: نمودار حرکت نوسانگر ساده‌ای به شکل روبه‌رو است:

الف) در کدام بازه‌ها مکان مثبت است؟

$$t_1 \bar{t}_2, t_3 \bar{t}_4$$

ب) در کدام بازه‌ها شتاب مثبت است؟

$$t_1 \bar{t}_2, t_3 \bar{t}_4$$

پ) در کدام بازه‌ها سرعت مثبت است؟

$$t_1 \bar{t}_2, t_3 \bar{t}_4$$

ت) در کدام بازه‌ها حرکت تند شونده است؟

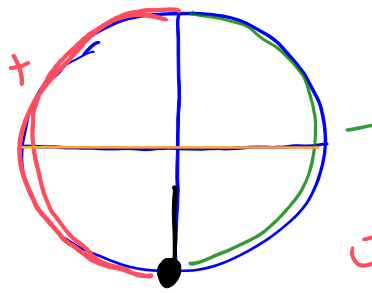
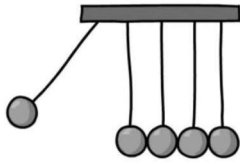
$$t_1 \bar{t}_2, t_3 \bar{t}_4, t_5 \bar{t}_6$$

ث) در کدام بازه‌ها متحرک به سمت مرکز نوسان حرکت می‌کند؟

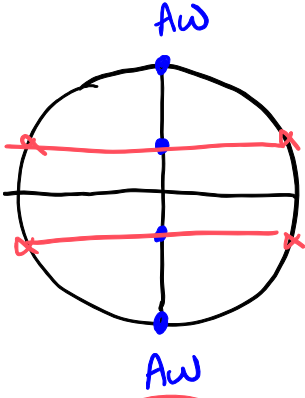
$$t_1 \bar{t}_2, t_3 \bar{t}_4, t_5 \bar{t}_6$$

ج) در کدام لحظات انرژی جنبشی متحرک بیشینه است؟

$$t_1, t_3, t_5$$



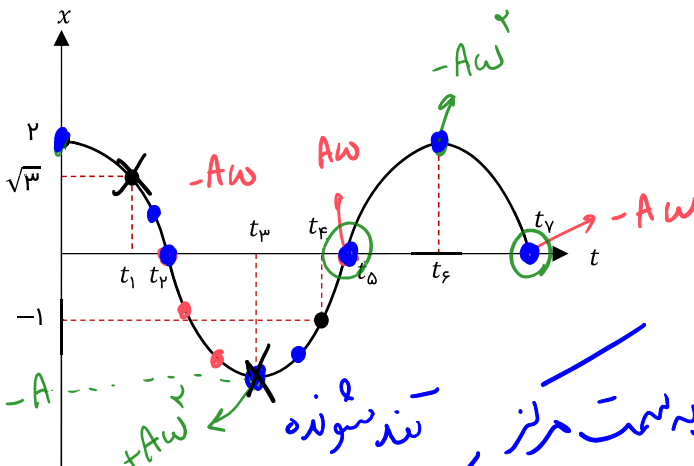
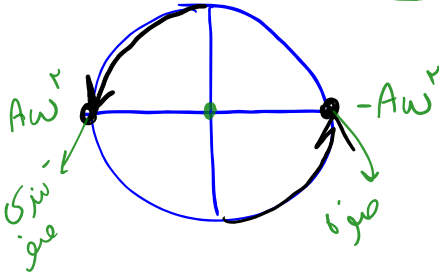
$$E = K + U$$



$$\frac{1}{3} \text{ تندی}$$

$$U = \frac{1}{2} k x^2$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$



به سمت مرکز
به سمت حاشیه

$$a = \omega^2 r$$

$$v \sim A\omega$$

$$r_A$$

ج) t_1 تا t_3 چند درجه فاصله دارند؟ $\frac{5\pi}{4}$

ح) t_4 تا t_7 چند درجه فاصله دارند؟ $\frac{7\pi}{4}$

خ) t_4 تا t_7 چند درجه فاصله دارند؟ $\frac{5\pi}{4}$

تعریف ۸: اگر طول پاره خطی که نوسانگر به جرم 2 kg روی آن حرکت هماهنگ ساده انجام می دهد 5 cm و بیشترین شتاب متحرک $40 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$ باشد:

$$A\omega^2 = 40$$

$$A = 2.5\text{ cm}$$

$$\omega^2 = 16$$

$$\omega = 4$$

الف) بیشینه سرعت متحرک را به دست آورید. $2.5 \times 4 = 10 \rightarrow \frac{10\text{ cm}}{\text{s}} \rightarrow \frac{1\text{ m}}{\text{s}}$

ب) سرعت زاویه ای چند $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ است؟ $\omega = 4$

پ) دوره تناوب و بسامد این نوسانگر را محاسبه کنید. $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

ت) بیشینه انرژی پتانسیل چند ژول است؟ $\frac{1}{2}kA^2$

ث) در مکان $+1.25\text{ cm}$ ، شتاب و تندی متحرک کدام است؟ $\frac{\sqrt{3}}{2}A\omega^2$

ج) در مکان $+1.25\text{ cm}$ ، انرژی جنبشی نوسانگر چند برابر انرژی پتانسیل است؟ $K = 2U$

تعریف ۹: متحرکی از مکان $\frac{+A}{3}$ در خلاف جهت محور x شروع به حرکت می کند. وقتی برای دومین بار به مکان $\frac{-A}{3}$ می رسد، تندی متوسط چند برابر سرعت متوسط است؟

$$\frac{\bar{v}}{\bar{v}} = \frac{\frac{\Delta x}{\Delta t}}{\frac{\Delta x}{\Delta t}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-\frac{A}{3} - \frac{A}{3}}{\Delta t} = -\frac{2A}{3\Delta t}$$

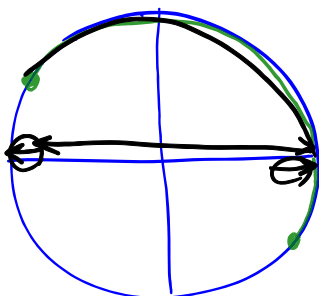
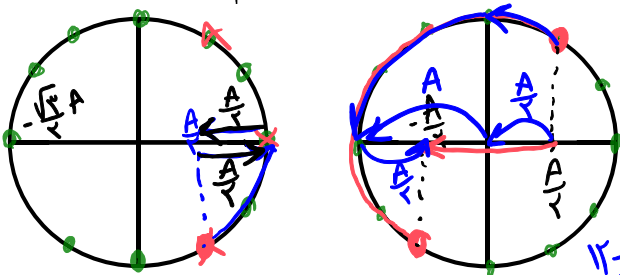
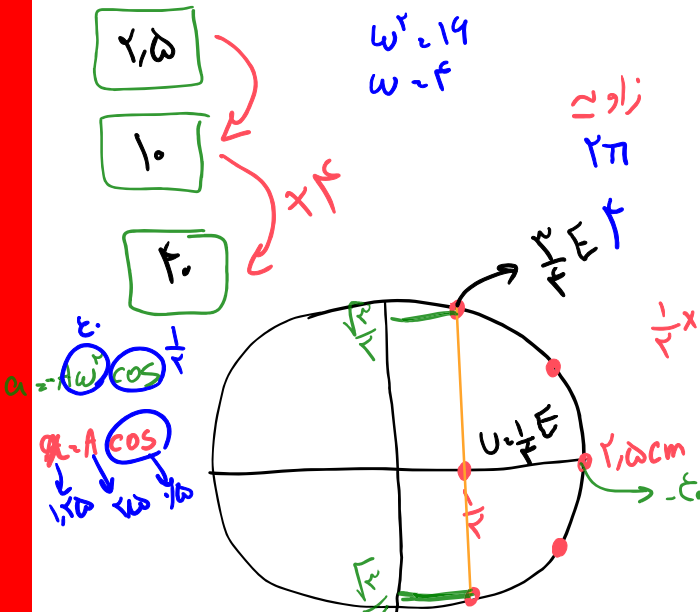
تعریف ۱۰: در یک حرکت هماهنگ ساده، در مدت $\frac{1}{3}$ دوره:

الف) بیشترین جابه جایی متحرک کدام است؟ $\sqrt{3}A$

ب) بیشترین مسافت متحرک کدام است؟ $\sqrt{3}A$

پ) کمترین جابه جایی متحرک کدام است؟ 0

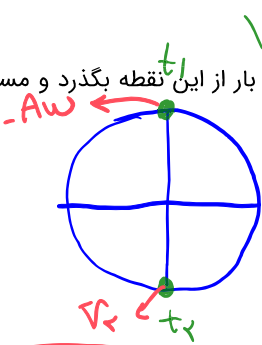
ت) کمترین مسافت متحرک کدام است؟ A



در مدت $\frac{T}{4}$ مسافت الزاماً $2A$ است و جابجایی می‌تواند از $-2A$ تا $+2A$ باشد. (یعنی هر عددی در این بازه)

نکته:

تعریف ۱۱: اگر نوسانگری در لحظه t_1 برای اولین بار از نقطه‌ی تعادل عبور کند و در لحظه t_2 برای دومین بار از این نقطه بگذرد و مسافت طی شده و اندازه شتاب متوسط از t_1 تا t_2 به ترتیب 13cm و $16 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$ باشد، $t_2 - t_1$ کدام است؟



$$\bar{a} = \frac{V_2 - V_1}{T/2} = \frac{A\omega - (-A\omega)}{T/2} = \frac{2A\omega}{T/2} = \frac{4A\omega}{T} = \frac{4 \cdot 13 \cdot 10^{-2}}{T} = 16 \Rightarrow T = \frac{4 \cdot 13 \cdot 10^{-2}}{16} = \frac{1}{2} \Rightarrow T = \frac{1}{2} \text{ s}$$

در محاسبات زیر، می‌خواهیم بین x و V رابطه‌ای برقرار کنیم.

$$\begin{cases} x = A \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = \frac{x}{A} \\ V = -A\omega \sin \omega t \Rightarrow \sin \omega t = -\frac{V}{A\omega} \end{cases} \xrightarrow{\sin^2 + \cos^2 = 1} \frac{x^2}{A^2} + \frac{V^2}{A^2 \omega^2} = 1$$

طبق معادله‌ی نهایی به دست آمده می‌توان تمام تست‌هایی که رابطه‌ی x و V را بررسی می‌کنند را حل کرد.

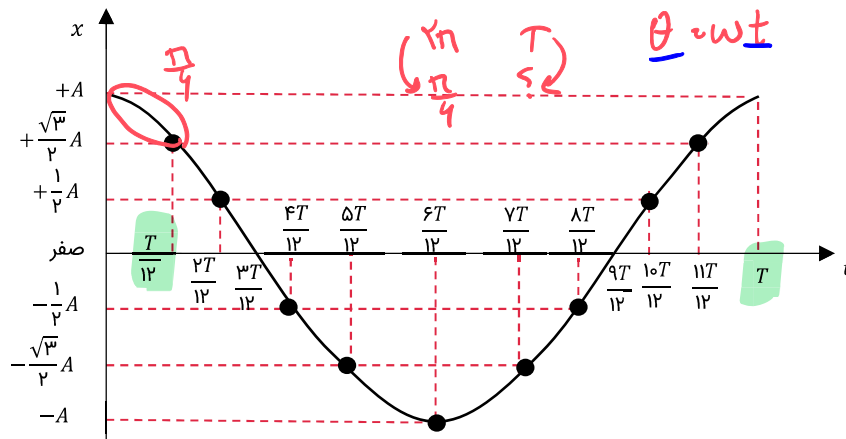
تعریف ۱۲: رابطه سرعت با مکان برای یک نوسانگر ساده در SI به صورت $4\pi^2 x^2 + 4V^2 = 4\pi^2$ داده شده است. دوره حرکت نوسانگر چند ثانیه است؟

$$Aw = V_{\text{max}} \Rightarrow 4\pi^2 x^2 + 4V^2 = 4\pi^2 \Rightarrow Aw = \pi \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{A} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi/A} = 2A$$

تناسب ثانیه - زاویه

در جلسه قبل آموختیم که $x = A \cos \omega t$ است. ωt همان زاویه است. یعنی $\theta = \omega t$ و از این رابطه می‌توان گفت زمان و زاویه با هم متناسب هستند. یعنی مثلاً اگر در ۱ ثانیه زاویه $\frac{\pi}{6}$ پیموده شود، در مدت ۱۰ ثانیه $\frac{10\pi}{6}$ پیموده می‌شود. بنابراین در سؤالات این قسمت بر خلاف جلسه‌ی قبل زمان نیز مطرح می‌شود (در صورت سوال یا در شکل) و مأموریت ما این است که با تناسب ثانیه - زاویه، زمان را به زاویه تبدیل کنیم و با داشتن زاویه می‌توان مانند جلسه قبل مکان، سرعت، شتاب و ... را تعیین کرد.

زاویه	ثانیه
2π	T
ω	۱
θ	t



تعریف ۱۳: معادله مکان - زمان نوسانگری به شکل روبه‌رو است:

الف) t چند ثانیه است؟

$$\frac{0.14}{\pi}$$

ب) چند ثانیه بعد از t سرعت متوسط متحرک در کل مسیر برای اولین بار، صفر می‌شود؟

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \bar{v} = 0 \Rightarrow \Delta x = 0 \Rightarrow \Delta t = T/2$$

(پ) دوره، بسامد و بسامد زاویه‌ای این نوسانگر را محاسبه کنید.

(ج) انرژی مکانیکی این نوسانگر (با جرم $10g$) چند ژول است؟

$$\frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{10} \times 14 \times \frac{725}{\cancel{m}}$$

(چ) در چه لحظه‌ای برای اولین بار $U = K$ می‌شود و در چه لحظه‌ای برای اولین بار $U = 3K$ می‌شود؟

(ح) در 2% اول، چند ثانیه حرکت با سرعت مثبت است؟

$$\frac{1}{\Delta x} = \frac{1}{r - (-r)} = \frac{1}{2r}$$

(خ) از $t_1 = 0.06s$ تا $t_2 = 0.18s$ تندی سرعت متوسط است؟

د) از $t_1 = 0.08s$ تا $t_2 = 0.12s$ شتاب متوسط نوسانگر چند است $\frac{m}{s^2}$ $250 = \frac{m}{s^2}$

(ذ) از لحظه $t = 0.135$ تا t تندی متوسط چند $\frac{m}{s}$ است؟

ر) این نوسانگر در مدت ۱ دقیقه چه مسافتی را طی می‌کند؟

$$\frac{9 \times 10^8}{112} \approx 8 \dots m$$

فونوسانگر به ازای π رادیان ($\frac{T}{\pi}$ ثانیه) مسافت ۲A را طی می‌کند. پس اگر زاویه مضرب صحیحی از π (یا زمان مضربی از $\frac{T}{\pi}$) بود، می‌توانیم با یک تناسب به مسافت بیموده شده برسیم.

نکتہ:

تعرین ۱۴: متحرکی روی پاره خط AB نوسان هماهنگ ساده انجام می‌دهد و $AC = CO = OD = DB$ می‌باشد. بنابراین:

الف) کمترین فاصله‌ی زمانی که طول می‌کشد تا متحرک از D به C برود، چند برابر دوره است؟

(ب) در همین زمان متحرک از C به کدام نقطه می‌رسد؟

بیشترین جابه‌جایی و سرعت متوسط وقتی است که جسم نزدیک نقطه‌های میانی (۳ و ۹) حرکت می‌کند و کمترین جابه‌جایی و سرعت متوسط وقتی است که جسم نزدیک نقطه‌های انتهایی (۱۲ و ۶) حرکت می‌کند.

نکتہ:

تعرین ۱۵: اگر معادله مکان - زمان نوسانگری ساده به صورت $x = 0.02 \cos 3t$ باشد:

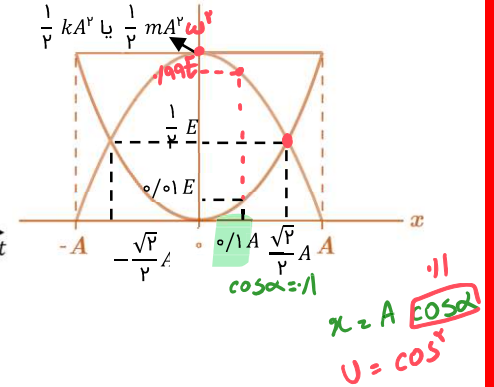
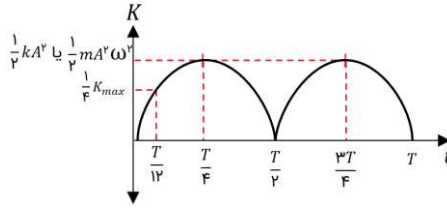
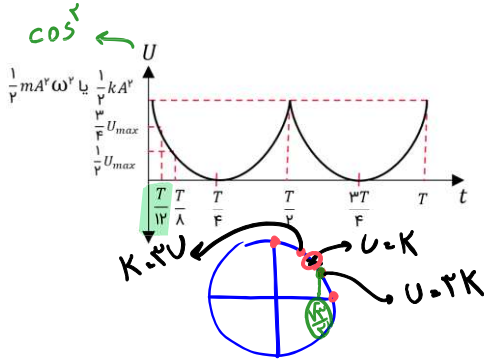
(الف) طول پاره خطی که نوسانگر روی آن نوسان می‌کند، چند سانتی‌متر است؟

(ب) بیشینه سرعت و شتاب این متحرک چند متر بر مجذور ثانیه است؟

(ب) در لحظه ای که مکان m % است، تندی چند $\frac{m}{\text{است}}$ ؟

(ت) در لحظه‌ای که $U = 3K$ است، متحرک در چه مکانی است؟

$$\begin{array}{c}
 m \\
 \swarrow \searrow \\
 \frac{1}{\nu} \quad k \\
 \swarrow \searrow \\
 \omega^2 \quad A^2
 \end{array}
 \quad
 E = K + U \Rightarrow E =
 \quad
 \left.
 \begin{array}{l}
 U_{max} = \frac{1}{\nu} k A^2 \\
 K_{max} = \frac{1}{\nu} m v_{max}^2 = \frac{1}{\nu} m A^2 \omega^2
 \end{array}
 \right\} k = m \omega^2$$



$$\left. \begin{array}{l} x = \frac{\sqrt{\nu}}{\nu} A \Rightarrow U = \frac{\nu}{\nu} E \\ V = \frac{1}{\nu} A \omega \Rightarrow k = \frac{1}{\nu} E \end{array} \right\} U = \nu K \quad \left. \begin{array}{l} x = \frac{\sqrt{\nu}}{\nu} A \Rightarrow U = \frac{1}{\nu} E \\ V = \frac{\sqrt{\nu}}{\nu} A \omega \Rightarrow k = \frac{1}{\nu} E \end{array} \right\} U = K \quad \left. \begin{array}{l} x = \frac{1}{\nu} A \Rightarrow U = \frac{1}{\nu} E \\ V = \frac{\sqrt{\nu}}{\nu} A \omega \Rightarrow k = \frac{\nu}{\nu} E \end{array} \right\} K = \nu U$$

$\frac{k}{m} = \omega^2$

سوتی نده! دوره نوسانگر وزنه فنر فقط به k و m بستگی دارد و با تغییر g یا دامنه، دوره تغییر نمی‌کند.

تمرین ۱۶: به فنری با ثابت $400 \frac{N}{m}$ وزنه‌ای به جرم $1kg$ وصل می‌کنیم و 10 سانتی متر می‌کشیم و رها می‌کنیم تا به نوسان در بیاید:

$\omega^2 = 400$
 $\omega = 20$

$\omega^2 = 400$
 $\omega = 20$
 $A = 0.1$
 $E = 2J$

الف) بسامد نوسان چقدر است؟

$\omega = 20$
 $2\pi f = 20 \Rightarrow f = \frac{1}{\pi}$

ب) حداکثر نیرویی که به فنر وارد می‌شود چقدر است؟

$F = m \times A \omega^2 = 1 \times 0.1 \times 400 = 40$

پ) انرژی پتانسیل در نقطه‌ی بازگشت چند ژول است؟

$F = k \cdot A = 400 \times 0.1 = 40$

ت) بیشترین سرعت وزنه به چند $\frac{m}{s}$ می‌رسد؟

$A \omega = 0.1 \times 20 = 2$

تمرین ۱۷: اگر در تمرین ۱۶، از فنری با ثابت $1600 \frac{N}{m}$ استفاده کنیم:

الف) بسامد چند برابر می‌شود؟

ب) دوره چند برابر می‌شود؟

پ) بیشینه سرعت چند برابر می‌شود؟

ت) بیشینه انرژی پتانسیل چند برابر می‌شود؟

$\omega^2 = 4$
 $\omega = 2$

$\omega^2 = 4$
 $\omega = 2$
 $A = 0.1$
 $E = 4J$

۰.۷۵

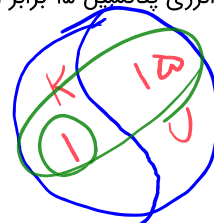
$$K + \frac{1}{2} \omega^2 = E$$

$$15K$$

$$14K = E$$

$$K = \frac{E}{14}$$

$$\frac{1}{4} A \omega = \frac{1}{2} \omega^2$$



$$\frac{1}{14} = \sin^2$$

$$\frac{1}{4} = \sin$$

آونگ و تشدید

همانطور که گفتیم، برای نوسانگر بیشینه شتاب برابر $A\omega^2$ است، یعنی شتاب از ضرب طول در ω^2 به دست می‌آید. برای آونگ می‌شود هم‌ارزی زد و شتاب را g و طول را L در نظر گرفت، پس داریم: $g = L\omega^2$

مقایسه آونگ و وزنه فنر:



در آونگ رابطه‌ی $g = L\omega^2$ را داریم و در وزنه - فنر رابطه‌ی $k = m\omega^2$ که هر دو با یک‌ها قابل درک است یعنی $\frac{m}{s^2} = m \times (\frac{1}{s})^2$ و $\frac{kg}{s^2} = kg \times (\frac{1}{s})^2$ این دو رابطه نشان می‌دهند که سرعت زاویه‌ای و بسامد و دوره، در یک آونگ فقط به شتاب گرانشی و طول آونگ و در یک وزنه - فنر فقط به ثابت فنر و جرم وزنه بستگی دارد.

تیپ‌بندی سوالات آونگ

تیپ ۱: جایگذاری

g در سطح زمین 9.8 یا 10 در نظر گرفته می‌شود. ω را می‌توان از تناسب ثانیه - زاویه ($\omega = \frac{2\pi}{T}$) و یا تناظر آن با بسامد ($\omega = 2\pi \cdot f$) به دست آورد.

تعریف ۱۹: آونگی به طول 1 سانتی متر از نقطه‌ای که شتاب گرانشی در آن $g = \pi^2 \frac{m}{s^2}$ است، در حال نوسان است: (الف) دوره نوسان و بسامد را محاسبه کنید.

(ب) در مدت 6 ثانیه، چند نوسان انجام می‌دهد؟

(پ) کمترین زمانی که آونگ از مرکز نوسان به یک انتها می‌رسد چند ثانیه است؟

تیپ ۲: چند برابری

از قبل آموخته‌اید که در چند برابری $g \propto \frac{m}{r^2} \propto \frac{1}{r^2}$ و $\omega \propto f \propto \frac{1}{T}$ به علاوه افزایش دما L را افزایش می‌دهد، پس ω و f را کاهش و T را افزایش می‌دهد.

تعریف ۲۰: آونگی در سطح زمین در حال نوسان است. اگر در ارتفاع 6400 کیلومتری سطح زمین دوره‌ی آونگ 80 درصد کمتر از دوره در سطح زمین باشد، طول آونگ چند درصد و چگونه تغییر کرده است؟ ($R_e = 6400 km$)